

Dielektrische Verluste unpolarer isolierender Flüssigkeiten durch Anreicherungsrandschichten

VON JOHANNES JAUMANN und CHRYSANTH MARNET

Mit 16 Textabbildungen

(Eingegangen am 27. August 1960)

1. Problemstellung

Versuche, durch erprobte Reinigungsverfahren zu definierten Werten des dielektrischen Verlustfaktors ($\tan \delta$) zu gelangen, beseitigten in reinen Transistor- und Kabelölen sowie Tetrachlorkohlenstoff, geläufig, den Gang desselben mit der angelegten Wechselspannung bis zu einem mehr oder weniger gleichmäßigen Ionisationsknick.

Für die folgende Diskussion ist es wichtig festzustellen, daß unsere Verlustfaktormessungen sich nicht auf das Verhalten bei hohen Feldern beziehen, sondern daß wir den Grenzwert für möglichst schwache Feldstärken zu ermitteln versucht haben. Experimentell war freilich durch die Empfindlichkeit der Messbrücke eine untere Grenze der Feldstärke gegeben; der gemessene Verlustfaktor blieb aber noch etwa zum 10fachen Wert völlig ungeändert.

Aus diesem Grunde scheiden alle *nichtlinearen* Effekte, die in den Theorien von SCHUMANN [1] und BÖNING [2] eine entscheidende Rolle spielen, aus. Sind durch Grenzflächen beschränkte Ladungserreger mit variablen Ladungsträgerhäufungen an den Grenzflächen, verbunden mit „Ionenstromen“ und einer starken Abhängigkeit des Verlustfaktors von der Laufzeit der Träger, d.h. von der Feldamplitude, Schichtdicke und Zähigkeit, ferner Feldstärken für das Ablösen von Trägerpartikeln oder das Freiwerden von Gleitonen. Diese Vorgänge sind sicher für die Deutung der Erscheinungen bei hohen Feldamplituden wesentlich.

Trotzdem blieb aber bei Anwendung eines während der Messung verstellbaren, luftdichten Kondensators bei 50 Hz eine starke lineare Zunahme des Verlustfaktors mit wachsendem Plattenabstand, unabhängig von der Spannung, insbesondere auch bei konstanter Feldstärke bestehen. Die einzige Andeutung eines solchen Dicken-Effektes in der Literatur finden wir nur in den Messungen von MÖLLINGER [3]. Bei höheren Frequenzen (800, 4000 Hz) wird nahezu der gesamte Verlustfaktor dem Plattenabstand proportional!

Während der vom Abstand nicht abhängige Anteil des Verlustfaktors, d.h. der auf den Abstand Null extrapolierte Wert bei 50 Hz in gewohnter Weise fast proportional zur reziproken Zähigkeit der Flüssigkeit mit wachsender Temperatur stark zunimmt, trifft für den abstandsabhängigen Anteil nicht zu. In einem Temperaturintervall in welchem die Zähigkeit zwei Größenordnungen abnimmt, wächst er um etwa 30%. Im dünnflüssigen Tetrachlorkohlenstoff kaum höher als in dicken Isolierölen. Bei höheren Frequenzen (800, 4000 Hz) gelten diese Aussagen nicht für den gesamten Verlustfaktor.

Eine Abhängigkeit vom Plattenabstand legt man gewöhnlich als eine Überlagerung von zwei Prozessen — im Volumen und an den Oberflächen — aus. Betrachten wir, statt des Verlustfaktors, die Energieverluste im gesamten Kondensator und halten bei der Abstandsänderung die Feldamplitude fest. Die naheliegende Annahme wäre dann, daß der Energieumsatz je Flächeneinheit und jener pro Volumeneinheit unabhängig vom Abstand bleiben. Dann würde der Gesamtverlust linear mit dem Abstand wachsen, seine Extrapolation auf den Abstand Null den reinen Oberflächenverlust liefern. Wir finden aber ein quadratisches Anwachsen des Gesamtverlustes mit dem Abstand. Die quadratische Extrapolation auf den Abstand Null liefert bei höheren Frequenzen nur einen verschwindend kleinen Rest. Bei 50 Hz liefert der extrapolierte Teil das geläufige dielektrische Verhalten.

Wir müssen also annehmen, daß mit wachsendem Abstand sich die Ladungsträger — oder was sonst immer die Wärmeproduktion pro Volumeneinheit bedingt — im Volumen des Kondensators *unhomogen* verteilen und zwar so sehr, daß dadurch auch die Feldverteilung unhomogen wird. Dann besteht die Möglichkeit, daß bei fester Trägerzahl im Gesamtvolumen und fester Spannungsamplitude der Gesamtenergieumsatz gegenüber einer homogenen Verteilung geändert wird.

Aus den Erfahrungen bei der Aufladung ausströmender isolierender Flüssigkeiten ist die Annahme einer *Ladungsträgeranhäufung am Rand* gerechtfertigt [4]. Die Verlustwinkelmessungen besagen unter dieser Annahme, daß

1. sich die Anhäufungen mit dem Kondensatorvolumen (Abstand) stark ändern;
2. sie durch Temperaturerhöhung so stark aufgelockert werden, daß die Feldunhomogenität gemildert wird, und die Gesamtverluste etwa ungeändert bleiben.

Bei temperaturunabhängiger Feldverteilung würden sie ja stark mit der Temperatur wachsen.

So künstlich die Annahmen auf den ersten Blick erscheinen mögen, werden wir doch zeigen können, daß z.B. unter der Bedingung, daß alle im gesamten Kondensatorvolumen verfügbaren Ladungsträger (oder ein fester Bruchteil von ihnen) zum Aufbau von Anreicherungsrandschichten vor den Kondensatorplatten herangezogen werden, die wesentlichen Voraussetzungen hierfür erfüllt sind.

Derartige Anreicherungsschichten sind an den Grenzflächen von *Elektrolyten* (von HELMHOLTZ als „Doppelschichten“ eingeführt) durch die Erforschung der elektrokapillaren Phänomene gesichert. Die Anreicherungsschicht hat hier unter der Wirkung eines

elektrischen Feldes parallel zur isolierenden Oberfläche eine viel höhere Beweglichkeit als senkrecht dazu, weil im ersten Fall die Flüssigkeit von den Ladungsträgern mitgenommen wird, im zweiten aber nicht, und die Teilchen die Reibung der Relativbewegung zur Flüssigkeit überwinden müssen. Die hohe Beweglichkeit der „Gleitonen“ im Feld parallel der Oberfläche, gibt in Elektrolyten zu der Erscheinung der Elektroosmose Anlaß. BÖNING [5] hat darauf eine umfassende Theorie der dielektrischen Verluste in technischen Isolierstoffen mit Faserstruktur entwickelt und deren Geltungsbereich auf isolierende Flüssigkeiten ausgedehnt in denen vermutlich kolloidale Verunreinigung von Trägerschichten umgeben sind. Diese Theorie beschreibt das nichtlineare Verhalten bei hohen Feldstärken gut und erlaubt nicht den Grenzübergang zu beliebig kleinen Feldern. Es wird sogar eine untere Grenze der Feldstärke ausdrücklich eingeführt.

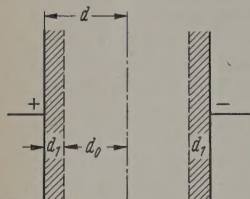


Abb. 1

In unserem Fall liegt die für unsere Deutung wesentliche Trägerschicht auf der Oberfläche genau senkrecht zum elektrischen Feld. Eine Gleitung wird durch dieses nicht ausgelöst, wohl aber Trägerbewegungen senkrecht zur Oberfläche. Bei Anlegen eines statischen Feldes stellt sich eine neue Trägerverteilung mit geändertem Dipolmoment pro Flächeneinheit ein, eine „Polarisation der Doppelschicht“, bei langsamer Feldänderung als „Randkapazität“ meßbar, die in Reihe mit der dicken Flüssigkeitsstrecke liegt. Stellt diese selbst eine Kapazität dar (dielektrische Flüssigkeit), so ist der Zusatz zu gering, um meßbar zu sein, d.h. die Anforderungen an die geometrische Präzision der Kondensatorverstellung sind zu hoch. Ist die Flüssigkeitsschicht ein Widerstand (verdünnter Elektrolyt), dann kann die Randkapazität aber aus dem Phasenwinkel noch im gesamten Tonfrequenzbereich leicht bestimmt werden und hat für Elektrolyte eine quantitativ erfolgreiche Prüfung der Theorie geliefert. Wenn Feldfrequenzen gegenüber der Relaxationszeit, mit der sich die neue Gestalt der Grenzschicht einstellt, hoch ist, spielen nur noch Reibungskräfte der Träger eine Rolle, sie wirken wie ein Ohmscher Leitwert, der zur Kapazität des die Randschicht erfüllenden Dielektrikums parallel liegt. Dieser Leitwert entzieht sich bei Elektrolyten der Messung, wo er in Reihe mit einem viel zu hohen Widerstand liegt, dagegen muß er sich in trägerhaltigen Dielektrikum durch meßbare Phasenwinkel bemerkbar machen, sofern unsere Auffassung zutrifft. Kapazitives Verhalten von Elektrolytzellen und Ohmsche Verluste in Kondensatoren mit ladungsträgerhaltigen Isolierflüssigkeiten sind danach komplementäre Ausdrücke für denselben Elektrodenprozeß, soweit sehr schwache Wechselfelder zur Anwendung kommen.

Um zu prüfen, welche Eigenschaften derartige Randschichten annehmen müssen, um mit den Versuchsergebnissen in Übereinstimmung gebracht werden zu können, idealisieren wir die unhomogene Verteilung durch drei homogene Schichten (Abb. 1). Die Randschicht d_1 mit dem Phasenwinkel φ_1 und die verlustfreie Hauptschicht $d_0 \gg d_1$ mit den festen Flächenkapazitäten C_1 und C_0 .

Der Verlustfaktor des gesamten Kondensators ist dann

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{C_1/C_0 + \sin^2 \varphi_1}.$$

Das zusammengefaßte Ergebnis unserer Versuchsreihen läßt sich durch

$$\operatorname{tg} \delta = y \omega 2d \cdot y = 60 \dots 140 \cdot 10^{-6} \text{ sec/cm}$$

darstellen und ist wenig abhängig von der Flüssigkeit ihrer Zähigkeit und der Temperatur. Bei 4000 Hz und $2d = 0,3 \text{ cm}$ Abstand nimmt der Verlustfaktor schon hohe Werte (> 1) an, während er bei 50 Hz und kleinen Abstand die geläufigen stark temperaturabhängigen niedrigen Werte (0,001 ... 0,01) aufweist.

Der Frequenzgang kommt im Modell zustande, wenn die Randschichten frequenzunabhängige Wirkwiderstände besitzen. Ihre Impedanzen müssen also unter Umständen beträchtlich hohe Werte, vergleichbar mit der ganzen Kondensatorstrecke, annehmen (C_1/C_0 bis 0,2). Diese Wirkwiderstände müssen proportional der Kondensatorstrecke d wachsen.

Wenn man für die Randschichten etwa alle Träger zur Verfügung stellen will, die im Kondensatorvolumen enthalten sind, kann man zwar die Dickenabhängigkeit ziemlich leicht deuten. Hingegen ist der notwendige hohe Wirkwiderstandsbetrag mit dieser kleinen Trägermenge niemals zu erreichen:

Im Gegenteil, beim Zusammenschieben aller Träger in dünne Schichten, wird der Wirkwiderstand des Kondensators verringert, wenn man lediglich die quasistationäre Leitfähigkeit betrachtet. Eine unhomogene Schicht hat bei gleicher Gesamträgerzahl einen kleineren Wirkwiderstand als die homogene, anders nichtstationärer. Die Durchführung dieses Programms am Schluß der Arbeit zeigt:

1. Daß in derartigen Anreicherungs-schichten Träger-schwingungen möglich sind, die — wie ein Sperrkreis — hohe elektrische Wechselspannung fast ohne Stromdurchgang aufnehmen können.

2. Daß zur Ausbildung solcher Randschichten nur ganz mäßige Kontaktpotentiale zwischen Flüssigkeit und Elektrode — wie bei Elektrolyten — genügen. Da diese Verteilungen asymptotisch in das Innere des Kondensators weiterlaufen, ergibt sich zwanglos eine Abhängigkeit von der Kondensatordicke.

2. Versuchsanordnung

Die abgeschirmte Schering-Brücke wurde vorwiegend mit einem Kathodenstrahloszillographen abgeglichen [6]. Die Ankopplung des Verstärkers erfolgt über einen hochgradig magnetisch abgeschirmten Transformator. Die Vergleichskondensatoren waren „Minoflaschen“ von Schott, der Präzisionsmeßkondensator (Abb. 2) hat Schutzringabschirmung, vergoldete Oberflächen und konnte innerhalb eines luftdichten, meistens evakuierten Rezipienten mit Trockenmittel von außen im Abstand verändert werden. Vor jeder Füllung wurde der Kondensator im Vakuum ausgeheizt.

Mit Rücksicht auf andere zu erwartende Oberflächeneffekte wurden fallweise dielektrische Zwischenschichten bzw. dielektrische Abdeckungen der Kondensatorplatten aus Glimmer oder des in der Hochspannungstechnik bewährten Kondensatorpapiers verwendet, die vor der Füllung ebenfalls im Vakuum des Kondensators sorgfältig getrocknet waren.

Als Dielektrika wurden benutzt:

1. Ein Druckkabelöl, das von Felten und Guilmere zur Verfügung gestellt war (Öl 1).
2. Ein Kabeltränköl von Shell K 20 (Öl 2, 2a).
3. Ein helles leichtflüssiges Druckkabelöl Shell K 8 3) und
4. Tetrachlorkohlenstoff p. a. von Riedel de Haen.

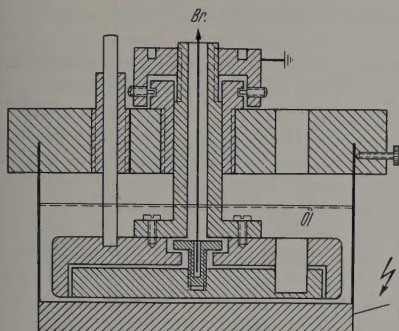


Abb. 2. Verstellbarer Schutzringkondensator (Maßstab 1:2)

Bei Öl 1 hatte eine besondere Nachtrocknung mit hochgradig getrocknetem Stickstoff bei ~ 2 Torr einen gewissen Einfluß auf das dielektrische Verhalten. Bei

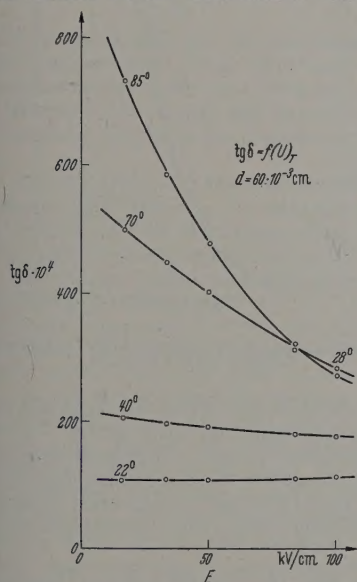


Abb. 3. Feldabhängiger Verlustfaktor bei 50 Hz. (Öl 1 vor dem Nachtrocknen)

anderen Stoffen wurden dabei keine Veränderungen merkt. Abb. 3 zeigt die Abhängigkeit des Verlustfaktors von der Feldamplitude von Öl 1 vor der Nachtrocknung. Abb. 4 zeigt den Wirkstromanteil im Frequenzweig, der — wie bei LIEBSCHER — durch Abgleich der Widerstände der Brücke, aber ohne Serienabgleichskondensator erhalten wurde. Durch die Löschung dieses Wirkstroms mit dem letzten wurden dann die Meßpunkte erhalten. Da mit der Brücke nur die Grundwelle abgeglichen werden konnte, liefert dieser Abgleich einen äußerst empfindlichen Nachweis nichtlinearer Vorgänge. Das Bild

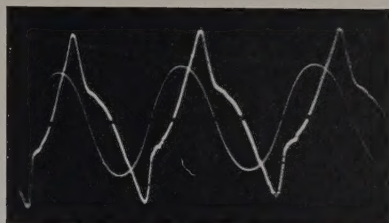


Abb. 4. Wirkstrom zum Meßpunkt 28* Abb. 3

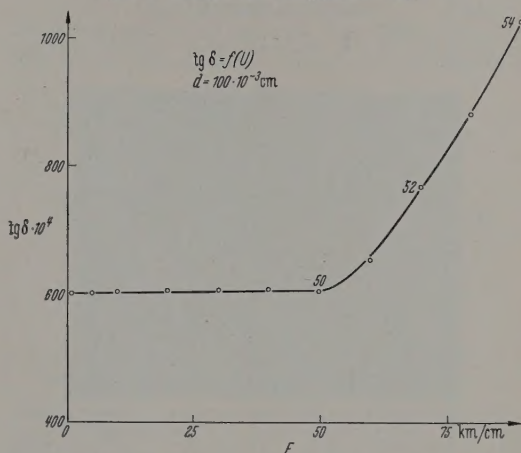


Abb. 5. Ionisationsknick in Tetrachlorkohlenstoff bei 50 Hz

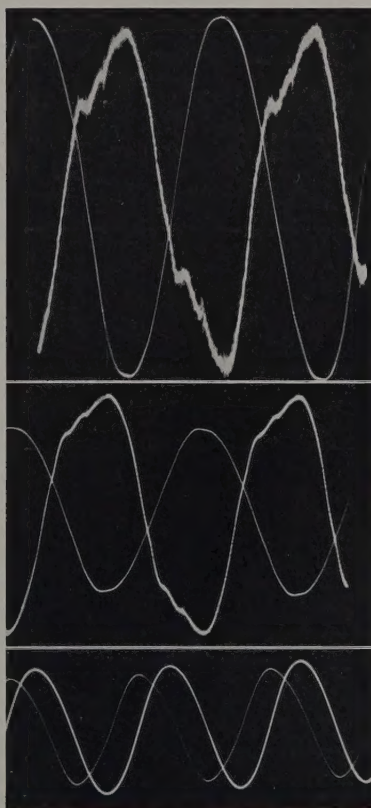


Abb. 6. Wirkstromanteile zu den Meßpunkten 50, 52, 54 von Abb. 5

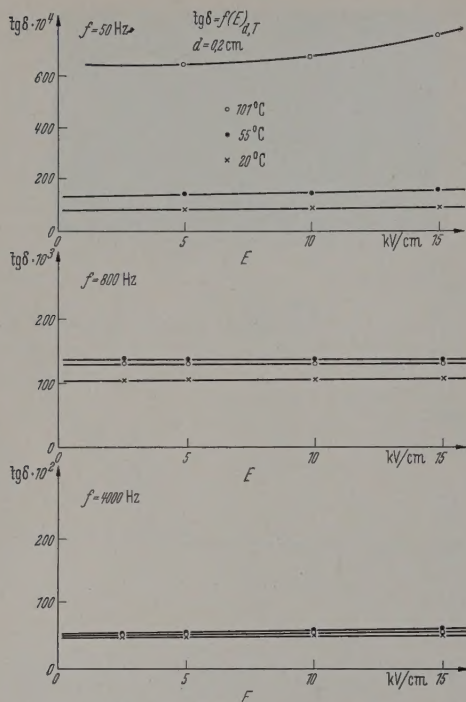


Abb. 7. Unabhängigkeit des Verlustfaktors von der Feldamplitude bei hinreichend kleinen Feldern (Öl 2). Ermittlung des Grenzwertes für die Amplitude Null

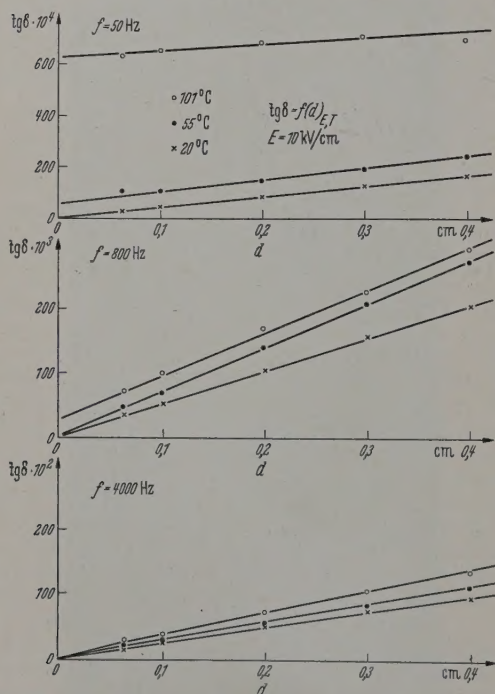


Abb. 8. Abhängigkeit des Verlustfaktors vom Plattenabstand bei fester Feldamplitude 10 kV_{eff}/cm in Öl 2. Extrapolation des Verlustfaktors auf den Abstand Null „Volumen-Verlustfaktor“

zeigt schon ohne Abgleichen des Wirkstroms deutliche „Ionenstromspitzen“, daneben ist der Gesamt-

strom durch die Brücke, abgezweigt von einem kleinen Shunt vor dem Erdungspunkt der Brücke, zu sehen. Nach der Reinigung zeigte der Verlustfaktor — wie normal — z.B. auch bei den anderen Ölen (vgl. Abb. 7) nur eine ganz schwache Steigung mit wachsender Spannung. Abb. 5 zeigt den entsprechenden Gang an Tetrachlorkohlenstoff mit einem scharfen Ionisationsknick. Abb. 6 zeigt die Wirkstromoszillogramme an den bezeichneten Meßpunkten 50, 52, 54

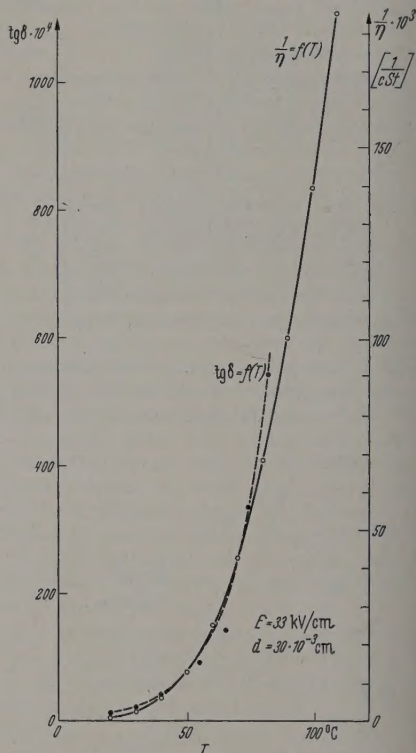


Abb. 9. Temperaturgang des Volumenverlustfaktors und der reziproken Zähigkeit von Öl 2 bei 50 Hz

Unser Problem befaßt sich mit Verlusten bei möglichst niedriger Spannung, unter sicherer Vermeidung aller nichtlinearen Effekte. Deshalb mußten die Einsatzpunkte derartiger Vorgänge sichergestellt werden und der Leser von der Abwesenheit derselben in den nachfolgend mitgeteilten Messungen überzeugt werden.

Abb. 7 zeigt für Öl 2 die nahezu fehlende Spannungsabhängigkeit. Gleichzeitig überzeugt man sich, daß der Grenzwert für kleine Spannungen erreicht ist. Zahlreiche Oszillogramme der Wirkströme lassen nicht die geringsten Verzerrungen erkennen.

Abb. 8 zeigt für Öl 2 bei fester Feldamplitude von 10 kV_{eff}/cm — aber sicher im Bereich des endgültigen Grenzwertes für kleine Spannungen — die Abhängigkeit vom Plattenabstand bei den Frequenzen 50, 800 und 4000 Hz bei drei Temperaturen.

Der Verlustfaktor wächst in allen Fällen linear mit dem Plattenabstand.

Wir betrachten zunächst die Messungen bei 50 Hz.

Hier hängt der Anstieg nicht wesentlich von der Temperatur ab. Hingegen wächst der auf den Abstand

Null extrapolierte Verlustfaktor exponentiell mit der Temperatur nahezu umgekehrt proportional zur Viskosität (Abb. 9). Das legt die Annahme nahe, daß es sich hierbei um den „normalen“ dielektrischen Verlust im Ölvolumen durch Ladungsträger handelt, deren Beweglichkeit durch die Flüssigkeitsreibung bestimmt ist. Abb. 10 zeigt den Einfluß einer elektrophoretischen Ladungsträgerabscheidung durch Anlegen einer hohen Gleichspannung von 10 kV/cm während einer Dauer von 2 Std. Die oberste Kurve ist vor der Abscheidung gemessen, die unterste bei gleichzeitigem Anlegen von Gleich- und Wechselspannung. Dies wurde durch die Einweg-Ventilschaltung ohne Glättung erreicht. Die mittlere Kurve ist mit Wechselstrom kurz nach Abschalten der Gleichspannung gemessen. Die Abscheidung betrifft nur den auf Abstand Null extrapolierten Verlustfaktor, der durch das Anlegen der Gleichspannung drastisch herabgesetzt wird. Nach Abschalten der Gleichspannung bleibt die Trägerdichte noch längere Zeit (24 Std) stark vermindert. Der elektrophoretische Effekt zeigt, daß es sich um Ladungsträger, nicht um Dipole oder Wagnersche Heterogenitäten und ähnliches handelt. Die bei diesem Versuch gemessene Dauer-Gleichstromleitfähigkeit $\sigma \sim 10^{-11}$ S/m liefert einen Verlustfaktor

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \cdot \epsilon} \sim 10^{-3}$$

der größenordnungsmäßig mit dem gemessenen Grenzwert für den Abstand Null übereinstimmt. Der Umstand, daß gerade dieser von Ladungsträgern herrührt, spricht wieder dafür, daß es sich dabei um den „normalen“ dielektrischen Verlust im Ölvolumen handelt.

Der von der Dicke der Ölschicht abhängige Teil des Verlustfaktors, wird von der elektrophoretischen Trägerverminderung im Ölvolumen nicht betroffen. Erreicht deshalb (nach der Minderung) ein Vielfaches (schonmal) des durch Trägerverminderung herabgesetzten „normalen“ Verlustfaktors.

Noch viel ausgeprägter wird der Einfluß des Plattenabstandes bei höheren Frequenzen: Der dickenabhängige Anteil wächst proportional mit der Frequenz, während der auf Null extrapolierte etwa verkehrt mit der Frequenz abnimmt. Letzteres steht im Widerspruch mit einer Entstehung durch bewegliche Ladungsträger im Volumen im Einklang. Dadurch tritt aber bei höheren Frequenzen gegenüber dem dickenabhängigen Teil — den wir Oberflächeneffekten zuschreiben — völlig zurück. Der überhöhte „Oberflächeneffekt“ zeigt nunmehr auch eine schwache Temperaturabhängigkeit, aber höchstens eine lineare mit Temperatur. Deswegen eine der Zähigkeit verkehrt proportionale „Volumeneffekt“ (Abb. 7, 8). Alle mitgeteilten Temperaturgänge waren reversibel.

Das Oszillogramm (Abb. 11) bei Öl 3 zeigt, daß der Wirkstrom der diesem dickenproportionalen Verlustfaktor entspricht, nicht die geringsten Nicht-Linearitäten erkennen läßt, es entspricht dem größten Abstand (4 mm) bei 10 kV_{eff}/cm und 4000 Hz. Der Verlustfaktor erreicht dabei einen Wert von $\operatorname{tg} \delta \sim 1$!

Die folgenden Versuche haben den Zweck, den Einfluß der Elektrodenfläche festzustellen, der bei dem Oberflächeneffekt naheliegend wäre. Abb. 12 (Öl 1) zeigt die Abdeckung der vergoldeten Kondensatorplatten (einschließlich Schutzring) durch dünne

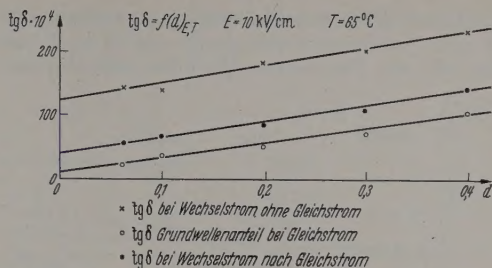


Abb. 10. Verlustfaktor bei der gleichzeitigen Einwirkung eines Gleichfeldes von 10 kV/cm und 2 Std nach der Einwirkung. Zum Vergleich der Verlustfaktor vor der „elektrophoretischen“ Reinigung durch das Gleichfeld

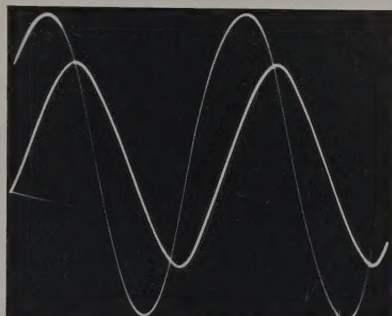


Abb. 11. Wirkstrom bei 4000 Hz und 10 kV_{eff}/cm Feldamplitude in Öl 3. 85°C 4 mm Plattenabstand wobei der dickenabhängige Anteil des Verlustfaktors „Oberflächenanteil“ 8mal größer als der Volumenanteil ist. Der gesamte Verlustfaktor hat dabei den enormen Wert 1,02 ohne die geringste Nichtlinearität!

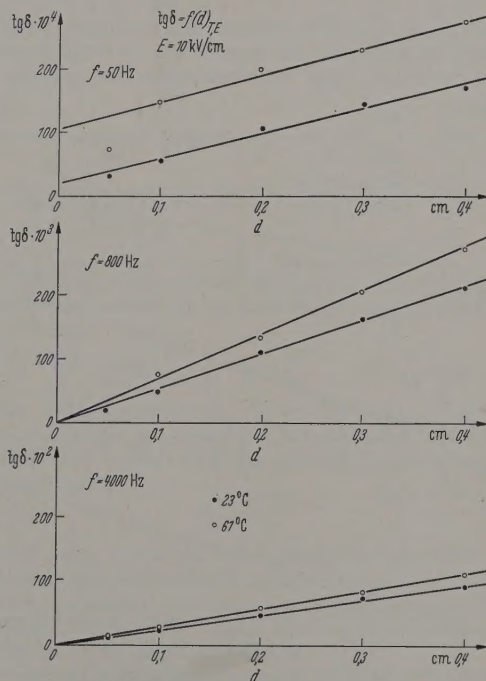


Abb. 12. Abdeckung der Kondensatorplatten mit dünnen Kaliglimmerplatten (Öl 2) keine Änderung gegenüber Abb. 8

Kaliglimmerplatten. Es hat sich gegenüber den blanken Platten nichts geändert.

Nunmehr wurde das Kondensatorvolumen durch eine dünne Glimmerplatte halbiert, die außerhalb des

Kondensatorfeldes mit Federn aus Glimmer so gegen die zwei Platten abgestützt wurde, daß sie auch beim Verstellen des Plattenabstandes diesen stets halbiert.

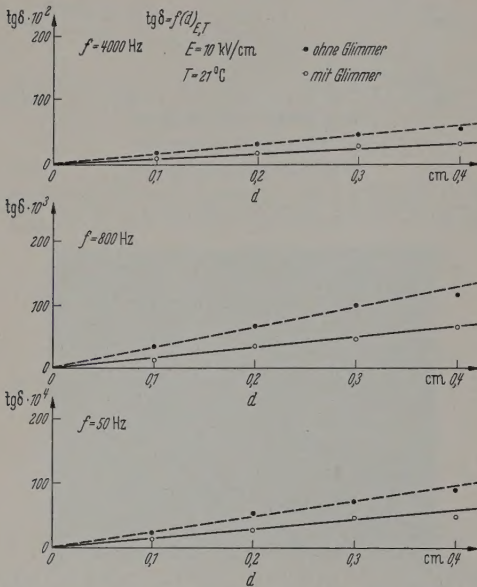


Abb. 13. Wirkung einer weiteren Glimmerplatte in der Mitte der Ölschicht parallel zu den Elektroden: Halbierung des Verlustfaktors gegenüber dem gleichen Zustand ohne Zwischenschicht

Abb. 13 zeigt den Verlustfaktor mit und ohne Halbierung. Letzterer setzt ihn beinahe auf die Hälfte herab. Das war nach dem Vorhergehenden zu erwarten.

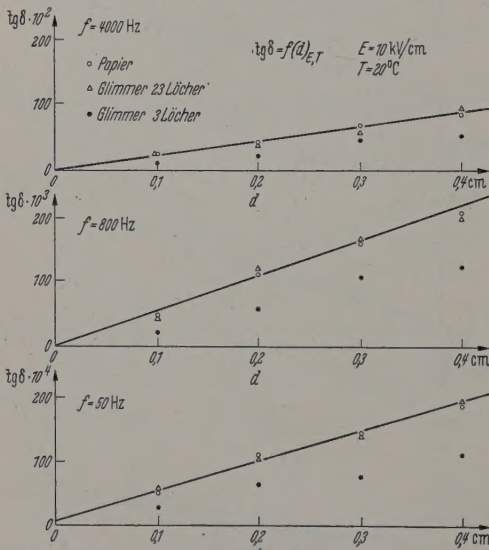


Abb. 14. Herabsetzung der Wirkung der Trennschicht von Abb. 13 durch Perforierung

Während aber vorher dazu der Plattenabstand und die Spannung halbiert wurde (Feldstärke konstant) bleibt nun all dies ungeändert und der Verlustfaktor war trotzdem halbiert, entsprechend der halbierten Ölschichtdicke, denn zwei Kondensatoren (Ölstrecken)

in Reihe haben natürlich den gleichen Verlustfaktor wie einer.

Nunmehr wurde die Glimmerplatte perforiert. Abb. 14 (Öl 2) drei Löcher von 2,5 mm \varnothing von insgesamt etwa 59 mm² Fläche verglichen mit einer Gesamtfläche von etwa 5030 mm² bewirken gerade schon eine merkliche Erhöhung des Verlustfaktors gegenüber der ganzen Glimmerplatte. 23 Löcher des gleichen Durchmessers von insgesamt etwa 450 mm² Fläche heben ihre Wirkung fast völlig auf, man mißt fast den Verlustfaktor der dem Metallplattenabstand ohne Glimmer entspricht. Hier muß bemerkt werden, daß Zwischenlagen von einer oder mehreren Schichten aus Kondensatorpapier, das sorgfältigst im Vakuum getrocknet und getränkt wurde gar keinen Einfluß auf den Verlustfaktor haben, sie wirken nicht als Trennschicht.

Randschichten sind mit einem — etwa kontakt potentialbedingten — Feld zwischen Oberfläche und Trägerraumladungsschicht verbunden. Die Feldenergie sinkt mit der Zahl der Schichten, selbst dann, wenn diese dicker werden. Sobald die Trennfläche perforiert wird besteht die Möglichkeit der Trägersaustausches zwischen den beiden Seiten und des Abbaues der Trägerschichten auf der Zwischenschicht. Dazu ist allerdings nötig zu beachten, daß die stark mit Trägern angereicherte Oberflächenschicht den Trägern („Gleit-ionen“) parallel zur Oberfläche eine viel größere Beweglichkeit verleiht, weil sich die ganze Flüssigkeitsschicht mit den Trägern teilweise mitbewegen kann, als senkrecht dazu. Die letzteren Bewegungen relativ zur Flüssigkeit sind für die Randschichtverluste maßgebend.

Die Gleit ionenschicht wirkt aber wie eine gut leitende Oberflächenschicht, die durch die Perforationslöcher auf die andere Seite der Trennschicht leicht hindurchtreten kann, so daß der Strom die beide Randschichten kurzschließt. Dadurch beeinflusst die Zwischenschicht, wenn sie symmetrisch liegt, das Feld im Kondensator überhaupt nicht mehr.

In der Abb. 15 sind sämtliche Meßergebnisse zusammengefaßt. Jeder Punkt entspricht einer Meßreihe mit veränderlichem Plattenabstand und gibt die Neigung y der Geraden $\text{tg } \delta = \text{tg } \delta_0 + y \omega d$ geteilt durch die Meßfrequenz ω an. Trotz des weiten Größenordnungsbereichs von Zähigkeit und Temperatur sowie Frequenz ergeben sich nur wenige unterschiedliche Werte von $y = 60$ bis $149 \cdot 10^{-6} \text{ cm/sec}$. Die gewählte Abszisse ωd ist unwesentlich, da sich kein erkennbarer Gang zeigt. Ihr Produkt mit der Ordinaten gibt das unmittelbare Meßergebnis. Neben dem linearen Gang mit dem Plattenabstand ist das auffallendste Ergebnis die Unabhängigkeit von der reziproken Zähigkeit. Wenn bei gegebenen Strom durch den Kondensator — wie im verlustbehafteten Dielektrikum — das Feld (art) nicht von der Leitfähigkeit abhängen muß bei jeder Art von Träger oder Dipolbewegung der Verlustfaktor linear mit der Trägerbeweglichkeit wachsen. Ist das nicht der Fall, so muß es Stelle geben, an denen das Feld mit wachsender Beweglichkeit abnimmt.

3. Das dielektrische Verhalten von Anreicherungsrandschichten

Eine Anreicherungsrandschicht entsteht, sobald der Ladungsaustritt aus der Elektrode, allenfalls an

Umweg des Ladungsaustausches, mit Energiegabe verbunden ist. Im Gleichgewichtsfall bildet sich dann eine Doppelschicht vor der Elektrode aus, deren elektrisches Feld beim weiteren Durchgang des Ladungsträgers einen gleich großen Energieverbrauch erfordert. In dieser Schicht halten sich Driftstrom an der Elektrode im Feld und Diffusionsstrom weg von der Elektrode das Gleichgewicht.

Die Gegenladungen sitzen in der Oberfläche der Elektroden. Die Spannung an der ganzen Schicht heißt nach HELMHOLTZ „Diffusionsspannung“.

Das Ziel dieses Abschnitts ist nicht eine erschöpfende Diskussion der Möglichkeiten, die eintreten, wenn man mehrere Trägerarten verschiedener Beweglichkeit und Ladung berücksichtigt.

Es soll vielmehr an dem denkbar einfachsten Beispiel (eine Trägerart ohne Gegenladung) aufgezeigt werden, daß derartige Schichten in niederfrequenten elektrischem Wechselfeld frequenzunabhängige Wirkverhältnisse der Größenordnung $10^9 \Omega \cdot \text{cm}^2$ für 1 cm^2 Elektrodenoberfläche annehmen können, die für die Ausführung der Versuche erforderlich sind, ohne daß fremde oder künstliche Verunreinigungen über die Träerdichte, Beweglichkeit und die Diffusionsspannung

acht werden müssen. Es wird sich zeigen, daß die Verluste sehr stark von der Randfeldstärke an der Elektrode d auf diese Weise auch von dem Kondensatorplattenabstand abhängt.

Die Dichte I des Gesamtstromes, gleichbedeutend mit der magnetischen Wirbeldichte, ist für alle Querschnitte des Kondensators gleich, also unabhängig von der Längskoordinate x

$$I = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + q v - D \frac{\partial q}{\partial x},$$

$$v = b E,$$

$$q = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial x},$$

$$D = \frac{kT}{e} b.$$

Setzt man die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger im Gleichgewicht v und q ihre Raumladung. Wir zerlegen I in eine stationäre Lösung, I_0 , E_0 , q_0 , v_0 und eine periodische Lösung, E_1 , q_1 , v_1 mit

$$I_1 = \bar{I} \exp(i \omega t)$$

Es soll eine reine Wechselfeldspannung am Kondensator liegen $I_0 = 0$. Dann stellt der stationäre

Teil das thermische Gleichgewicht der Randschicht dar

$$0 = q_0 v_0 - D \frac{\partial q_0}{\partial x}, \quad (1)$$

$$I_1 = \varepsilon \frac{\partial E_1}{\partial t} + q_1 v_0 + q_0 v_1 - D \frac{\partial q_1}{\partial x} + q_1 v_1 \quad (2)$$

unabhängig von x .

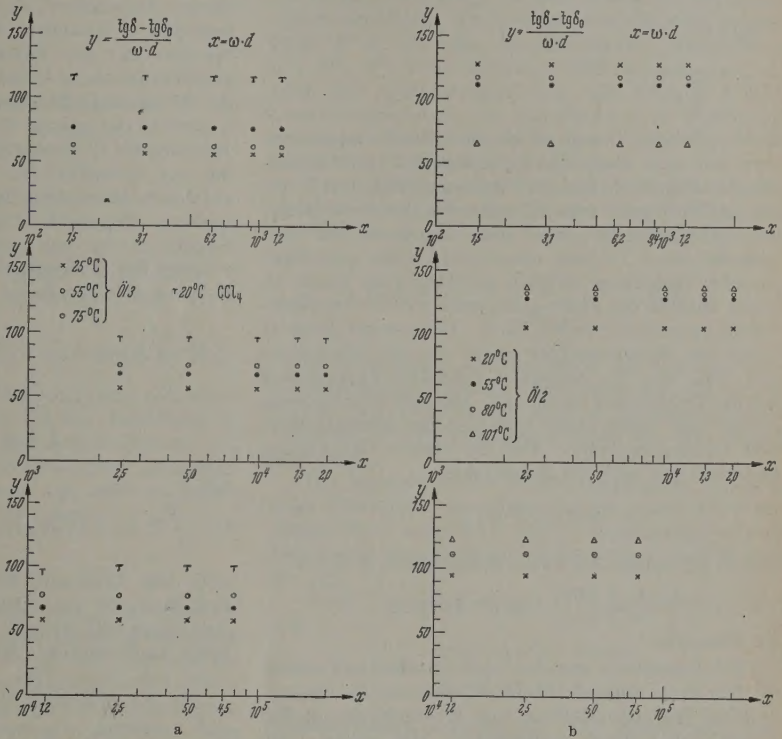


Abb. 15 a u. b. Zusammenfassung aller Meßergebnisse. Anstieg des „Oberflächenanteils“ des Verlustfaktors mit der Dicke d (in mm) reduziert auf die Kreisfrequenz $\omega = 1$ mit

$$y = \frac{\text{tg } \delta x - \text{tg } \delta_0}{\omega \cdot d}$$

Aus (1) folgt mit der Bedingung, daß die Randfelder auf beiden Seiten entgegengerichtet und gleich groß sind

$$E = C \text{tg } \frac{C}{2v} x, \quad v = \frac{kT}{e}, \quad \alpha = \frac{C}{2v} d.$$

Die Diffusionsspannung $U_0 = -2 v \ln \cos \alpha$, die gesamte Trägerzahl q über der Flächeneinheit des Kondensators $2 \varepsilon E(d)$ und die mittlere Träerdichte im Kondensator

$$\bar{q} = \frac{\varepsilon E(d)}{d}$$

sind allein durch die Randfeldstärke bestimmt. In Unkenntnis der Randbedingungen für die Träerdichte oder Strömung brauchen wir Annahmen darüber, welche Größe beim Ändern des Kondensatorplattenabstandes $2d$ ungeändert bleibt:

- die Diffusionsspannung,
- die gesamte Trägerzahl,
- die mittlere Träerdichte,

welche auch vor Einfüllen der Flüssigkeit in den Kondensator bestanden hat. Keine der Annahmen ist zwingend. Ein Teil des Spannungsabfalles kann bei kleinem Plattenabstand außerhalb des Plattenrandes

liegen. Es können beim Ändern des Abstandes Träger über den Plattenrand austreten, obwohl sie größtenteils durch die Randschicht gebunden sind, wodurch b) und c) unsicher werden. Die drei Annahmen liefern für die Randfeldstärke $E(d)$

$$a') \left(\frac{\pi}{2} \exp \frac{v_0}{2v} - 1 \right) \frac{2v}{d},$$

$$b') \frac{q}{\varepsilon},$$

$$c') \frac{d\bar{q}}{\varepsilon}.$$

In den Fällen b') und c') ist die Diffusionsspannung auch nur sehr wenig mit dem Abstand veränderlich. Die Annahmen a') und c') dürfen die äußersten Grenzen des Einflusses vom Plattenabstand auf die Randfeldstärke darstellen, aber diese liegen so weit auseinander, etwa $1/d$ bzw. etwa d , daß kaum eine theoretische Vorhersage möglich ist, aber auch kaum an einem Einfluß des Plattenabstandes auf die Randfeldstärke gezweifelt werden kann. In unserem Beispiel hängt die Randfeldstärke nicht von der Beweglichkeit, die, wie die reziproke Zähigkeit exponentiell mit der Temperatur wächst, ab. Das ändert sich sofort, sobald zwei Trägerarten verschiedener Beweglichkeit und Ladung bestehen. Für die weitere Behandlung brauchen wir noch die Randdichte

$$\varrho(d) = E^2(d) \frac{\varepsilon}{2v}$$

und es ist bequem eine Randschichtdicke Δ durch

$$\frac{1}{\Delta} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_d / E(d) = E(d)/2v$$

zu definieren.

Wir betrachten nun den nichtstationären Zustand (2). Der letzte Summand ist *nichtlinear* und für die irreversible Wärmeproduktion des Wechselfeldes in der Randschicht *allein* maßgebend. Die ersten vier linearen Glieder dagegen bestimmen in erster linearer Näherung (') das dielektrische Verhalten der Randschicht. Dem Sinne nach sind sie alle Funktionen von x , der Gesamtstrom I_1 aber nicht, deshalb muß er im Rahmen dieser Näherung *verschwinden*.

$$I_1' - q_1' v_1' = 0.$$

Solange wir die Stromwärme im Wechselfeld der Randschicht vernachlässigen, kann eine *beliebig hohe* Wechselspannung

$$U_1 = \int_0^d E_1 dx$$

an ihr liegen, ohne daß ein Wechselstrom fließt, ähnlich einem verlustlosen Sperrkreis oder einer in der Resonanzfrequenz erregten Plasmaschicht. Hier tritt die entgegengesetzte Phasenlage von Driftstrom $q_0 v_1$ und Verschiebungsstrom $\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$ durch die Massenträgheit ein, in unserem Fall durch die *Trägerdichteschwankungen* q_1 im *stationären Driftstrom* v_0 . Die Trägheit der Ladungsträger ist in unserem Frequenzbereich völlig zu vernachlässigen.

Die Energiebilanz erhält man nach dem Poynting'schen Verfahren durch Multiplikation von (1) und von (2) mit $E = E_0 + E_1$. Dabei liefert der gesamte Konvektionsstrom (Drift + Diffusionsstrom) $qv - D \frac{\partial q}{\partial x}$ die

elektromagnetische Leistung, die, mit dem äußeren Stromkreis des Kondensators bei konstantem Feld in demselben, mit seiner Feldenergie bei Stromlosigkeit ausgetauscht wird.

Der erste Näherungsschritt würde $I_1' = q_1' v_1'$ liefern. Es interessieren aber nur Lösungen in der Grundfrequenz. Daher ist ein nächster Schritt nötig mit einem Zusatzglied $I_1'' = \bar{I}_1'' \exp i\omega t$. Der Einfachheit halber behandeln wir den Fall des Energieaustausches mit der Feldenergie im Kondensator als verschwindendem Gesamtstrom $I_1' + I_1'' = 0$. Das hat zur Folge, daß in anderen Fällen nur der Energieumsatz in der *ganzen* Schicht für die Berechnung der *Wirkstromes* I_1' benutzt werden kann. Es interessiert nur der Grenzwert für unendlich kleine Amplituden, auf dessen Ermittlung die ganze experimentelle Untersuchung eingestellt war. Dann entfallen kubische Glieder in den periodischen Größen. Bei der Aufstellung der Wirkstromkomponente kann endlich die Feldenergie weggelassen werden

$$\begin{aligned} I_1'' \cdot \int_0^d E_1 dx &= - \int_0^d \left(q_1' v_0 - q_0 v_1'' - D \frac{\partial q''}{\partial x} \right) E_1' dx \\ &= \int_0^d q_1 v_1 E_0 dx \end{aligned}$$

mit

$$U_1 = \int_0^d E_1 dx = \bar{U}_1 \exp i\omega t, \quad q_1 = \varepsilon \frac{\partial E_1}{\partial x}, \quad v_1 E_0 = E_1 v$$

und dem Umstand, daß die Wirkkomponente der Feldstärke in der Mitte des Kondensators größenordnungsmäßig kleiner als am Rand ist. $E_1(0) = 0$ bleibt nach zeitlicher Mittelbildung über eine Periode

$$N = \frac{1}{2} \bar{I}_1'' \bar{U}_1 = \varepsilon \frac{v_0}{4} \bar{E}_1^2(d).$$

Die Stromwärme in der Randschicht ist durch die Randfeldstärkenamplitude und die Driftgeschwindigkeit im Feld der stationären Doppelschicht allein bestimmt:

Wir benötigen eine Beziehung zwischen den Beträgen der Wechselspannung an der ganzen Randschicht \bar{U}_1 und der Randfeldstärke \bar{E}_1 welche eine Lösung von (2) zu entnehmen ist. Es genügt die lineare erste Näherung. Die Integration über die Randschicht liefert *formal* jedenfalls eine Beziehung $\bar{U}_1 = K E_1(d)$. Damit wird der Wirkwiderstand der Randschicht Δ

$$R = \frac{\bar{U}_1^2/2}{N} = \frac{2}{\varepsilon v_0 K^2}.$$

Der Blindwiderstand des restlichen, fast verlustfreien Dielektrikums ist

$$X = \frac{d - \Delta}{\omega \varepsilon}.$$

Δ ist aber gegen d ganz zu vernachlässigen. Der Verlustfaktor des gesamten Kondensators ist endlich

$$\tan \delta = \frac{2\omega}{v_0 K^2 d}. \quad (3)$$

Es handelt sich bei der Lösung von (2) um eine Wellen in einem *inhomogenen* Medium, dessen Materialkonstanten $q_0(x)$, $v_0(x)$ etwa mit einer Relaxationstiefe

am Rand auf Null abfallen. Wir versuchen aber zunächst, die Schicht durch ein homogenes Medium, (d) , $v_0(d)$ von der ungefähren Dicke Δ zu idealisieren. Der Ansatz

$$E'_1 = \exp i(\omega t - kx)$$

(2) gibt mit

$$M = \frac{4D\omega}{v_0^2} (i + \operatorname{tg} \beta),$$

bei

$$\operatorname{tg} \beta \equiv \frac{v_0 b}{\varepsilon \omega}$$

der Verlustfaktor des Randschichtmaterials ist, für

$$M < 1 \quad k_1 = i \left(\frac{v_0}{D} + \frac{\omega}{v_0} \operatorname{tg} \beta \right) - \frac{\omega}{v_0}$$

$$k_2 = -i \frac{\omega}{v_0} \operatorname{tg} \beta + \frac{\omega}{v_0}$$

$$M > 1 \quad k_3 = i \left(\sqrt{\frac{\omega}{D}} \operatorname{tg} \beta + \frac{v_0}{2D} \right) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega}{D}} \operatorname{tg} \beta$$

d

$$\operatorname{tg} \beta > 1 \quad k_4 = i \left(-\sqrt{\frac{\omega}{D}} \operatorname{tg} \beta + \frac{v_0}{2D} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega}{D}} \operatorname{tg} \beta.$$

und (2) stellen die Verschleppung eines periodisch gegebenen Randzustandes durch den Driftstrom v_0 „Driftwellen“. (1) läuft mit dem Driftstrom und wird lediglich durch die Stromwärme gedämpft. (2) läuft gegen den Driftstrom mit einer so hohen Dämpfung, daß die Relaxationsstrecke

$$\delta = \frac{D}{v_0} = \frac{v}{E_0(d)}$$

kleiner als die Wellenlänge $\lambda = v_0/v$ ist. Es handelt sich also fast um eine quasistationäre *Schwingung* des elektrodennahen Teiles $\delta < \Delta$ der Randschicht. (3) und (4) sind modifizierte Diffusionswellen (Skin-Effekt). Sie können unter unseren Versuchsbedingungen nur bei den höchsten Frequenzen auftreten. Ihre Eindringtiefe ist dann noch kleiner als bei (2). Da auf einer Seite die Elektrode, auf der anderen das luftfreie Dielektrikum an die homogene Schicht grenzt, können, solange die Grenzbedingungen für den Teilchenstrom nicht geklärt sind, Wellen von beiden Seiten in die Schicht eindringend angenommen werden. Wahrscheinlicher aber sind Wellen von der Elektrode weg, also in unserem Frequenzbereich nur (1). Ihre Relaxationsstrecke $\delta = \Delta/2$ ist kleiner als die wirksame Randschichtdicke Δ daher ist die homogene Schicht eine brauchbare Näherung daraus folgt $E = E_0(d)v$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{2\omega v^2}{b E^3(d)d}. \quad (3a)$$

Wellenlänge λ und Eindringtiefe der umgekehrt laufenden Welle (1) sind viel größer als die Randschicht Δ . Die Lösung wird auch quasistationär. Hier genügt nur die homogene Schicht nicht als Näherung, aber man kann annehmen, daß die Lösung der unhomogenen Gleichung im wesentlichen wieder eine quasistationäre Schwingung ist, nur mit dem Unterschied, daß die ganze Randschicht mitschwingt und etwa $K=1/\Delta$ zu setzen ist, dann folgt:

$$\operatorname{tg} \delta_2 = 4 \operatorname{tg} \delta_1. \quad (3b)$$

beiden Diffusionswellen dringen noch weniger in die Randschicht ein als (1).

Unter Verwendung des Ausdrucks für die Randschichtdicke wird genähert

$$\operatorname{tg} \delta_{3,4} = \frac{8 v^2 \omega^2}{b^2 E^5(d)d}. \quad (3c)$$

Die Abhängigkeit des Verlustfaktors von dem Kondensatorplattenabstand $2d$ und der Temperatur wird im wesentlichen durch die hohe Potenz der Randfeldstärke vermittelt. In unserem vereinfachten Beispiel (vgl. S. 8) ist die Randfeldstärke proportional d^{-1} , $d^{-1/2}$, d^0 , wenn entweder Diffusionsspannung U_0 oder die Anfangsträgerdichte der Füllung $\bar{\rho}$ oder Gesamtträgerinhalt des Kondensators q unabhängig von d ist, Temperaturabhängigkeit fehlt und bleibt deshalb im Verlustfaktor bestehen.

Der Fall konstanten Diffusionspotentials und das Auftreten von Driftwellen liegt im Gang von Frequenz und Plattenabstand dem Versuchsergebnis am nächsten:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{4bv} \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2} \exp \frac{v_0}{2v} - 1 \right)^3} \omega d^2. \quad (3d)$$

Durch geringfügige Änderungen in der Annahme über die Ausbildung der Randschicht kann man die Potenz von d stark beeinflussen, also ist die diesbezügliche Übereinstimmung mit dem Versuch für den Anfang genügend.

Die Beweglichkeit von elektrolytischen Ionen in einer Flüssigkeit von 1000 cSt die unserem Öl entspricht, kann auf $5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{sec}$ geschätzt werden. Das Versuchsergebnis für $\operatorname{tg} \delta/\omega 2d$ liegt bei $10^{-5} \text{ sec pro cm}$.

Nach (3a) ist hierfür eine Randfeldstärke $E(d)$ von

$$148 \text{ V/cm bei } 4 \text{ mm}$$

$$370 \text{ V/cm bei } 1 \text{ mm}$$

Plattenabstand erforderlich. Die zugehörigen Diffusionspotentiale sind nach (3d)

$$U_0 = 0,30 \text{ V}$$

$$U_0 = 0,275 \text{ V}.$$

Dieser Wert entspricht durchaus den im Elektrolyten beobachteten Randschichten. Die Randschicht berechnet sich für einfach geladene Ionen zu

$$n(d) = 0,53 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

in der Mitte des Kondensators verbleiben nur

$$n(0) = 0,38 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$$

die mittlere Trägerdichte vor Ausbildung der Randschicht ist

$$\bar{n} = \frac{1}{d} \int_0^d n dx = 0,93 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}.$$

Die Gleichstromleitfähigkeit bei $10 \text{ kV}_{\text{eff}}/\text{cm}$ war in einem konkreten Fall $10^{-13} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$, daraus ergibt sich mit dem obigen Schätzwert der Beweglichkeit $n=1,25 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Die Übereinstimmung ist wohl Zufall, zeigt aber, daß es nicht abwegig ist, anzunehmen, daß die für die Gleichstromleitfähigkeit maßgebenden Träger dieselben sind, welche die Randschicht aufbauen, und daß das extrem vereinfachte Randschichtmodell nicht unbrauchbar ist.

Wir haben nur den Grenzwert für *kleine* Wechselfelder betrachtet. Bei den Versuchen konnten mit Rücksicht auf die Empfindlichkeit $10 \text{ kV}_{\text{eff}}/\text{cm}$ nicht wesentlich unterschritten werden. Der Verlustfaktor war aber bis zu fünf- oder zehnmal höheren Feldstärken noch ungeändert und der Verluststrom noch völlig sinusförmig. Der Schubweg der betrachteten elektrolitischen Ionen wäre bei $10 \text{ kV}_{\text{eff}}/\text{cm}$ Amplitude bei

$$50, 800, 4000 \text{ Hz}$$

näherungsweise

$$3 \cdot 10^{-2}, 2 \cdot 10^{-3}, 4 \cdot 10^{-4} \text{ cm.}$$

Die „Dicke“ der Randschicht beträgt in unserem Beispiel $\Delta = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. Obwohl nun vom experimentellen Standpunkt aus kaum ein Zweifel sein kann, daß sich bei noch kleineren Amplituden der

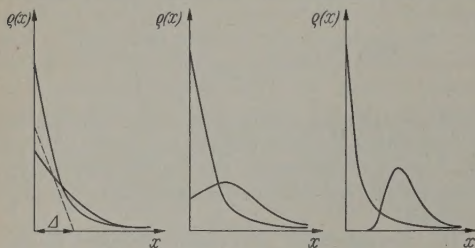


Abb. 16. Endlagen der Randschichtverteilung bei kleineren, mittleren und großen Schwingungsamplituden. (Qualitativ) Δ Randschichtdicke

Verlustfaktor nicht mehr ändert, also der Vergleich von Experiment und Theorie zulässig ist, muß ein Grund angegeben werden, weshalb die Ergebnisse der Theorie auch in einem Amplitudenbereich richtig bleiben, wo die verwendeten Näherungen ungültig sind.

Wir haben in einem konkreten Beispiel die numerische Integration der Differentialgleichung (2) für große Amplituden vorgenommen. Die Randbedingung war verschwindender Konvektionsstrom (Drift + Diffusionsstrom), d. h. keine Adsorption und kein Ladungsaustausch der Träger an der Wand. Es zeigt sich dabei, daß die ganze Randschicht von der Elektrode abgehoben wird und ungefähr den Schubweg zurücklegt, dabei nach beiden Seiten durch Diffusion und Raumladungsfeld etwas zerfließend (Abb. 16).

Nun haben wir schon einleitend bemerkt, daß die einfache Trägerbewegung im mittleren Kondensatorwechselsfeld, ganz gleich, ob sie über den Kondensator verteilt sind oder zu Randschichten gehäuft, nicht ausreicht, um die gemessenen hohen Verlustfaktoren zu begründen. Es bedarf dazu der örtlichen Feldüberhöhungen in den sperrkreisartig wirkenden Anreicherungs-schichten. Nun ist es aber nicht wesentlich, daß sich diese am Rand befinden, sondern nur, daß sie bestehen, und das hat unser numerisches Beispiel gezeigt. Während der Dauer einer halben Schwingung werden sie durch Diffusion und Raumladungsfeld nicht aufgelöst.

Das Bestehen derartiger Anreicherungs-schichten kann das dielektrische Verhalten von Flüssigkeiten einschneidend verändern. Es könnte aber auch die Deutung mancher nichtlinearer Erscheinungen, die bei großen Feldamplituden oder kolloidalen Verun-

reinigungen beobachtet werden, merklich ändern. Endlich könnten derartige Randschichten auch für den elektrischen Durchschlag von Flüssigkeiten Bedeutung haben, etwa indem sie als Teilstücke verschleppt, leitende Bahnen bilden mit Felderhöhung in restlichem Dielektrikum oder Wärmedurchschlag in der Bahn, endlich durch Labilität der Randschicht in starken Feldern. Unter Umständen muß auch der bekannte Einfluß isolierender Zwischenschichten auf den Durchschlag eine abgeänderte Deutung erfahren.

Zusammenfassung

Der dielektrische Verlustfaktor $\text{tg } \delta$ von sorgfältig getrockneten und luftfreien Isolierölen sowie Tetrachlorkohlenstoff ist für hinreichend kleine Spannungen völlig unabhängig von der Spannungsamplitude und wächst trotzdem linear mit dem Plattenabstand des Meßkondensators. Der Zuwachs gegenüber sehr kleinem Abstand ist fast unabhängig von der Temperatur, während der Grundwert bei 50 Hz mit der reziproken Zähigkeit, wie gewöhnlich, leicht um zwei Größenordnungen geändert werden kann. Der dickenproportionale Zusatz wächst linear mit der Frequenz, so daß bei 4000 Hz der Gesamtverlustfaktor Werte von der Größenordnung 1 (Phasenwinkel von 45°) erreicht, denen gegenüber der Grundwert bei kleinem Abstand ganz zurücktritt. Unterteilung des Kondensators mit Glimmerplatten verringert den Zusatz im selben Maß als die Teilstrecken kleiner werden.

Es wird gezeigt, daß die nach Gleichstrom- oder 50 Hz-Messungen anwesenden Ladungsträger zu Anreicherungs-rangschichten vor den Elektroden oder Trennflächen gehäuft, ausreichend hohe Wirkwiderstände bilden können, wenn man Diffusion und Raumladungsfelder berücksichtigt. Die Trägerdichteschwankungen im stationären Konvektionsstrom des Randfeldes bewirken einen „induktiven“ Blindleitwert, den den Ladungsstrom des Dielektrikums in der Randschicht wie in einem Sperrkreis oder einer Plasmaschwingung kompensiert. Für den Aufbau der Randschicht genügt, wie für die Helmholtzsche Doppelschicht von Elektrolyten, eine Kontaktspannung von einigen Zehntel Volt. Die beobachtete Verlustwinkel-erhöhung im Dielektrikum wird als Komplement zum kapazitiven Verhalten von Elektrolytstrecken bei Tonfrequenz betrachtet.

Wir danken den Stadtwerken Düsseldorf für die zur Verfügungstellung eines Meßplatzes und die Förderung der Arbeit. Der eine von uns dankt Herrn Prof. Dr. W. VOGEL für die erste Anleitung in der Hochspannungstechnik.

Literatur: [1] SCHUMANN, W. O.: Z. Physik **79**, 53. (1932). — Arch. Elektrotechn. **27**, 155 (1933). — Z. techn. Phys. **14**, 23 (1933). — [2] BÖNING, P.: Elektrische Isolierstoffe. Sammlung. Braunschweig: Vieweg & Sohn 1938. — [3] MÖLLINGER, U.: Verlustmessung an Transformatoröl Arch. Elektrotechn. **18**, 450 (1927). — [4] LOEB, L. B.: Static electrification. Berlin: Springer 1958. — [5] BÖNING, P.: Elektrische Isolierstoffe. Sammlung. Braunschweig: Vieweg & Sohn 1938. — [6] LIEBSCHER, E.: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **21**, 74 (1942).

Professor Dr. JOHANNES JAUMANN
Dr. CHRYSANTH MARNET,

II. Physikalisches Institut der Universität Köln

Das Verhalten verschiedener Flüssigkeiten bei der Elektrostatischen Zerstäubung

Von KLAUS SCHULTZE

Mit 11 Textabbildungen

(Eingegangen am 14. Juli 1960)

In dieser Arbeit wird der Vorgang der Elektrostatischen Zerstäubung untersucht¹. Für die Zerstäubungseigenschaften einer Flüssigkeit ist besonders die Flüssigkeitsmenge charakteristisch, die in der Zeiteinheit zerstäubt werden kann. Es werden deshalb Anschluß an die Arbeiten von STRAUBEL [1], [2] die Ausflußmengen verschiedener Flüssigkeiten unter gleichen äußeren Bedingungen verglichen. Es sollen dabei auch die Beziehungen untersucht werden, die zwischen der Ausflußmenge und den Gasentladungen bestehen, die während der Zerstäubung in den Gasentladungen hoher Feldstärke auftreten.

1. Versuchsanordnung

Für die Messungen wurde eine schon von ZELNY [3] und ENGLISH [4] verwendete Anordnung gewählt (Abb. 1). Die Düse war stets mit dem negativen Pol

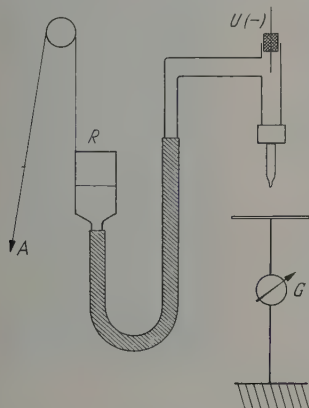


Abb. 1. Schema der Versuchsanordnung. A Aufzug; R Reservoir; U Hochspannung; G Galvanometer

mit einer Gleichspannungsquelle ($U \leq 12$ kV) verbunden, die an eine Platte war geerdet. Der Abstand zwischen der Düse und der Gegenelektrode betrug 15 mm. Das Niveau des Flüssigkeitsspiegels im Reservoir wurde durch die Höhe des Düsenausganges eingestellt (Druck $p = 0$; Genauigkeit der Druckeinstellung $\pm 0,3$ mm Flüssigkeitssäule). Während der Zerstäubung wurde das Flüssigkeitsreservoir durch einen Aufzug in dem Maße, wie die Höhe gezogen, in dem der Flüssigkeitsspiegel durch die Zerstäubung in dem Reservoir absank. Auf diese Weise blieb während einer Messung der Druck auf der Düsenöffnung konstant. Aus der notwendigen Geschwindigkeit des Aufzuges bzw. dem Absinken der Flüssigkeit im Reservoir wurde die Ausflußmenge bestimmt.

¹ Mit dem Ausdruck „Elektrostatische Zerstäubung“ werden verschiedene Zerstäubungsverfahren bezeichnet. Häufig handelt es sich um mechanische Zerstäubungsverfahren, bei denen die Aufladung des Zerstäubers lediglich die Stabilität der Größenverteilung des Aerosols beeinflusst. In dieser Arbeit werden die Vorgänge untersucht, bei denen der Flüssigkeitszerfall nur durch die Instabilität hochaufgeladener Flüssigkeitsoberflächen eintritt.

Für die photographischen Aufnahmen wurde als Lichtquelle eine einmalige Kondensatorentladung benutzt. Die Tröpfchen und ihre Bahn sind durch Striche wiedergegeben, die im Abstand der Maxima und Minima des Funkenüberschlages heller und dunkler erscheinen. Um unerwünschte Reflexe zu vermeiden, wurden die Glasdüsen berußt. Sie sind deshalb auf den Bildern schwarz, und es ist im Streulicht nur der von der Lichtquelle direkt beleuchtete Rand zu sehen. Dementsprechend muß man sich auf der rechten, dunklen Seite die Umrisse der Düse symmetrisch ergänzen denken. Die Düsen sind senkrecht zur Außenwand der Kapillare abgebrochen und dann entweder als Düsen mit scharfem Rand direkt verwendet worden (Abb. 4d), oder aber sie wurden nur am Rand etwas abgerundet (Abb. 2—5). Als Größenvergleich wird unter den Aufnahmen immer der Außendurchmesser der jeweiligen Düse (Φ_a) angegeben. Der Druck wird in Millimetern der zerstäubten Flüssigkeit angegeben. Für die Aufnahmen sind abgesehen von Abb. 2 (Metaldüse) durchweg Glasdüsen verwendet worden.

2. Das Auftreten von Raumladungen während der Zerstäubung

Das Düsenende ist von der Flüssigkeit benetzt. Wird die angelegte Spannung langsam erhöht, so bildet sich am Düsenende ein halbkugelförmiger Tropfen. Durch die Aufladung des Tropfens entsteht ein Druck, der entgegen der Oberflächenspannung auf die Flüssigkeitsoberfläche nach außen wirkt. Die Größe des resultierenden Druckes ist

$$p = \frac{2\gamma}{r} - \frac{\epsilon_0}{2} \frac{U^2}{r^2}$$

γ = Oberflächenspannung, r = Tropfenradius, ϵ_0 = Dielektrizitätskonstante des Vakuums, U = Spannung.

Wenn beim Ansteigen der Spannung der Druck nach außen schließlich den Druck der Oberflächenspannung überwiegt, wird der Tropfen verformt. Er spitzt sich zu, und aus dieser Tropfenspitze wird ein Faden herausgezogen. Mit wachsender Länge wird der Faden immer dünner, bis er in Tropfen zerfällt (Abb. 3). Die Arbeit, die für die Fadenbildung und den Flüssigkeitszerfall aufgewandt werden muß, wird aus der Verkleinerung der elektrischen Feldenergie gewonnen, wenn ein Faden aus der Spitze des Tropfens in Richtung auf die Gegenelektrode herauswächst. Wenn die zerstäubten Tröpfchen geladen sind, verändern sie die Form und Stärke des elektrischen Feldes [5]¹. Sie schirmen die Düse bzw. die Spitze des an ihr hängenden Flüssigkeitstropfens ab. Auf Abb. 5a kann man sehen, wie bei einer Tropfenfolge die Tröpfchen abwechselnd nach rechts und nach links fliegen, d.h. die Tröpfchen fliegen immer in die Richtung, in der die vorhergehenden schon am weitesten abgezogen worden sind. Denn in dieser Richtung ist die Feldstärke am größten. Normalerweise

¹ Diese Betrachtungen gelten nicht für isolierende Flüssigkeiten (Gruppe I).

Abb. 2—5. Zerstäubungsformen von Flüssigkeiten verschiedener Leitfähigkeit¹

Abb. 2. Gruppe I. Zwiebelstäuben an Metall-
düsen, pulsierend. $U = 12,4 \text{ kV}$; $p = 0$;
 $\Phi_a = 1,3 \text{ mm}$; M-Xylol



Abb. 3. Gruppe II. Zertropfen des Flüssig-
keitsfadens. $U = 5,2 \text{ kV}$; $p = 0$; $\Phi_a = 0,66$
mm; Isoamylacetat

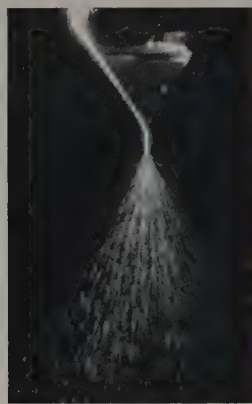


Abb. 4 a. Gruppe III. Feinste Zerstäubung,
stationär, nicht pulsierend. $U = 6,2 \text{ kV}$;
 $p = 0$; $\Phi_a = 1,29 \text{ mm}$; Methanol-Benzol-
gemisch (1:1)



Abb. 4 b. Gruppe III. Kräftige, pulsierende
Zerstäubung. Wechsel der Zerstäubungs-
richtungen (vgl. Abb. 4c). $U = 10 \text{ kV}$; $p = 0$;
 $\Phi_a = 1,29 \text{ mm}$; Methanol-Benzolgemisch
(1:1)

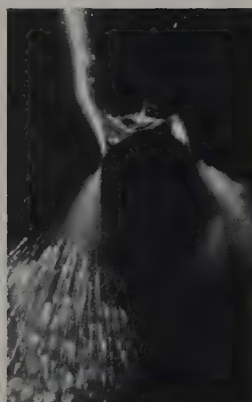


Abb. 4 c. Gruppe III. Herabsetzung der
Feldstärke an der Tropfenspitze am Ende
einer Zerstäubungsphase. $U = 10 \text{ kV}$; $p = 0$;
 $\Phi_a = 1,29 \text{ mm}$; Methanol-Benzolgemisch
(1:1)

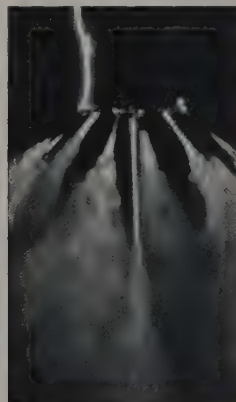


Abb. 4 d. Gruppe III. Zerstäubung an
scharfkantigen Düsen bei hoher Spannung.
Gleichzeitige Zerstäubung von acht Kegel-
spitzen aus. $U = 12,4 \text{ kV}$; $p = 3 \text{ mm}$;
 $\Phi_a = 1,2 \text{ mm}$; Aceton



Abb. 5 a. Gruppe IV. Koronaentladung an
der Tropfenspitze bzw. an der Oberfläche
des Flüssigkeitsfadens. $U = 7,5 \text{ kV}$; $p =$
50 mm; $\Phi_a = 0,66 \text{ mm}$; Glycerin



Abb. 5 b. Gruppe IV. Unterbindung der
Zerstäubung durch das Zusammenziehen der
Koronaentladung an der Tropfenspitze.
 $U = 9,5 \text{ kV}$; $p = 0$; $\Phi_a = 0,66 \text{ mm}$;
Trichloressigsäure (20%)

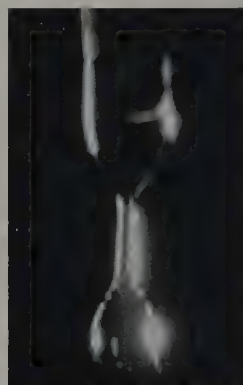


Abb. 5 c. Gruppe IV. Abtropfen bei Er-
höhung des Druckes gegenüber Abb. 5b.
Keine Zerstäubung! Die Entladung brennt
weiter an der Tropfenspitze. $U = 9,5 \text{ kV}$;
 $p = 15 \text{ mm}$; $\Phi_a = 0,66 \text{ mm}$; Aqua dest.

¹ Allgemeine Erläuterungen zu den Aufnahmen S. 11; s. auch Tabelle 1.

zieht sich diese Erscheinung nicht wie auf Abb. 5a einer Ebene, sondern im Raum. Dementsprechend beobachtet man einen Kegel von Flüssigkeitströpfchen (Abb. 4a). Die Aufladung der zerstäubten Tröpfchen stimmt mit der Leitfähigkeit der Flüssigkeit und mit der angelegten Spannung zu. Bei großen Tropfendurchmesser ($U > 6 \text{ kV}$, $\sigma > 2 \cdot 10^{-8} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$) beginnt die Zerstäubung zu pulsieren. Die Feldstärke wird an der Tropfenspitze durch die entstehenden Tröpfchen so stark abgesenkt, daß die Zerstäubung immer schwächer wird (s. Abb. 4c) und schließlich ganz aufhört. Der Tropfen zieht sich zusammen, um sich in einer anderen Richtung neu zuzuspitzen. Die

licher Mittelwert, sinkt an dem Ansatzpunkt unter die Instabilitätsgrenze (Höhe der Instabilitätsspannungen s. [3], [8]). Die Zerstäubung ist dann völlig unterbunden (vgl. auch [9]). Der Tropfen ist stabil und halbkugelförmig.

3. Die Einteilung der Flüssigkeiten

Je nachdem, ob die eben besprochenen Erscheinungen bei den einzelnen Flüssigkeiten in stärkerem oder schwächerem Maße auftreten, ändert sich das Verhalten der Flüssigkeiten, ihre Ausflußmenge und die Feinheit der Zerstäubung. Die Aufladung der aus-

Tabelle

Flüssigkeitsgruppe	Leitfähigkeit (20°C) [$\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$]	Elektrische Stromstärke [10^{-4} A]	Ausflußmenge [cm^3/min]	Abb.- Nr.	Zerstäubung
Isolierende Flüssigkeiten . . .	$10^{-18} - 4 \cdot 10^{-13}$	$< 0,001$	$< 0,01$	2	Nur an Metalldüsen Instabilität d. T.
Grobzerstäubende Flüssigkeiten	$2 \cdot 10^{-11} - 2 \cdot 10^{-8}$	$0,02 - 0,15$	$< 0,6$	3	Zertropfen des Flüssigkeitsfadens: Grobe Zerstäubung
Feinzerstäubende Flüssigkeiten	$2 \cdot 10^{-8} - 5,8 \cdot 10^{-8}$	$0,2 - 15,0$	$0,62 - 1,35$	4	Regelloser Zerfall des Fadens: Feine Zerstäubung
Flüssigkeiten mit vorherrschenden Entladungserscheinungen .	$6,4 \cdot 10^{-8} < G$	< 30	$< 0,002$	5	Abtropfen von Düse: Keine Zerstäubung

Als Bereichsgrenzen sind in der Tabelle jeweils die kleinsten und größten Werte angegeben worden, die innerhalb einer Gruppe an den einzelnen Flüssigkeiten gemessen wurden. Die Ausflußmengen wurden bei 10 kV gemessen. Als Düse wurde abgesehen von der ersten Gruppe eine Glasdüse verwendet (Innendurchmesser $0,33 \text{ mm}$; Außendurchmesser $0,66 \text{ mm}$).

Untersuchte Flüssigkeiten:

Gruppe: Benzol, Meta-Xylol, Schwefelkohlenstoff, Tetrachlorkohlenstoff, Toluol, Transformatorenöl.
Gruppe: Monochlorbenzol, Chloroform, Isoamylacetat, Monobrombenzol, Oktanol, Paraffinum liquidum, Propionsäure.
Gruppe: Aceton, Äthanol, Äthylenchlorid, Eisessig, Isoamylalkohol, Isobutylalkohol, Methanol, n-Propanol.
Gruppe: Aqua dest., Natronlauge, Salpetersäure, Salzlösungen (gesättigte Lösungen in Wasser); Kaliumjodid, Natriumsulfat, Zinnchlorid, Trichloressigsäure (20% in Wasser), Wasserstoffsuperoxyd, Aqua dest. mit oberflächenaktivem Mittel Leen K [γ (Oberflächenspannung) = $31,6 \text{ dyn/cm}$; zur Verfügung gestellt von der BASF].

Zerstäubungsrichtungen wechseln dann regelmäßig der unregelmäßig miteinander ab. Bei hohen Spannungen treten auch mehrere Zerstäubungsrichtungen gleichzeitig auf (s. Abb. 4d).

Eine Erniedrigung der Feldstärke an der Tropfenoberfläche kann auch durch Koronaentladungen entstehen (über entsprechende Raumladungseffekte bei der Metallspitzenkorona vgl. [6]). Je größer die Leitfähigkeit einer Flüssigkeit ist, desto stärker ist die Koronaentladung, die an ihrer Oberfläche einsetzt, und desto größer ist der Strom, der zwischen Düse und Platte gemessen wird. Bei großen Strömen (z.B. bei Wasser), ist die Zerstäubung sehr schwach und die Ausflußmenge verschwindend gering ($p=0$). LENY [7] hat nachgewiesen, daß bei Unterladung der Korona auch an Wasser eine kräftige Zerstäubung auftritt (Experimente bei erhöhtem Luftdruck). Die Entladung verteilt sich während der Zerstäubung über die ganze Oberfläche des Flüssigkeitsfadens (s. Abb. 5a). Am Ursprung des Fadens ist sie besonders stark. Bei höherer Spannung ($> 8,1 \text{ kV}$) zieht sich die Entladung bei sehr gut leitenden Flüssigkeiten auf einen einzigen Ansatzpunkt zusammen; sie zeigt einen charakteristischen Aufbau mit dem Faradayschen Dunkelraum zwischen dem negativen Glimmlicht und der positiven Säule (s. Abb. 5b). Die Feldstärke, genauer ihr zeit-

gestoßenen Tropfen und der Koronastrom wachsen beide mit der Leitfähigkeit einer Flüssigkeit. Deshalb wird das Verhalten einer Flüssigkeit durch die Größe ihrer Leitfähigkeit charakterisiert. Man kann die Flüssigkeiten nach ihrem Verhalten bis zu 12 kV in 4 Gruppen einteilen¹:

I. Isolierende Flüssigkeiten

$$10^{-18} (\text{Benzol}) < \sigma < 4 \cdot 10^{-13} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1} (\text{Äther})^2$$

Eine Instabilität des Tropfens bzw. eine Zerstäubung kann nur an Metalldüsen beobachtet werden. Man kann den Flüssigkeitstropfen als ein nichtleitendes Dielektrikum idealisieren. Die Tropfenform entsteht durch die Kräfte, die das elektrische Feld auf ein Dielektrikum ausübt: Die Flüssigkeit wird als zwiebelartige Tropfen um das Düsenende herum in den Gebieten höchster Feldstärke gehalten (s. Abb. 2). Die Ausflußmenge ist außerordentlich gering (siehe Tabelle).

¹ Nach Abschluß dieser Arbeit wurde eine Veröffentlichung von V. G. DROZIN bekannt [10]. Die dort gegebene Einteilung der Flüssigkeiten stimmt anfangs (Gruppe I, II) mit der hier vorgeschlagenen überein. Dort werden die Flüssigkeiten bis zu $10^{-5} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ als nichtleitende Dielektrika idealisiert, Experimente wurden nur an Glasdüsen durchgeführt.

² Die Werte für die Leitfähigkeit sind Tabellenwerte; in Klammern werden die Flüssigkeiten genannt, auf die sich diese Werte beziehen.

II. Grobzerstäubende Flüssigkeiten

$$2 \cdot 10^{-11} \text{ (Brombenzol)} < \sigma < 2 \cdot 10^{-8} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ (Chloroform)}$$

Die Zerstäubungserscheinungen treten an Glasdüsen und an Metaldüsen in gleicher Weise auf. (Bei gleichem Öffnungsdurchmesser gleiche Ausflußmenge!) Diese Tatsache läßt sich nur so erklären, daß der Tropfen jetzt nicht mehr als nichtleitendes Dielektrikum behandelt werden darf, sondern daß die Instabilität des Tropfens durch seine Aufladung mit wahren Ladungen entsteht. Der Tropfen, der an der Düse hängt, nimmt jetzt auch eine andere Gestalt an (s. Abb. 3). Die Aufladung der wegfliegenden Tropfen ist infolge der kleinen Leitfähigkeit aber noch so gering, daß nur ein einfaches Zertropfen des Flüssigkeitsstrahles zu beobachten ist. Bei Spannungen über 10 kV kann eine schwache Entladung auftreten, sie hat aber keinen Einfluß auf die Zerstäubung.

III. Feinzerstäubende Flüssigkeiten

$$2 \cdot 10^{-8} \text{ (Äthylenchlorid)} < \sigma < 5,6 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ (Methanol)}$$

Die Leitfähigkeit ist jetzt so groß, daß die Tröpfchen eine starke Aufladung erfahren. Dadurch wird die Feldstärke an der Tropfenspitze großen Schwankungen unterworfen, die ihrerseits eine regellose Zerstäubung des Flüssigkeitsstrahles verursachen. Die Koronarentladung beeinflusst die Ausflußmenge (Abb. 4).

IV. Flüssigkeiten mit vorherrschenden Entladungserscheinungen

$$6,4 \cdot 10^{-8} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ (Glycerin)} < \sigma$$

Hier überwiegen nicht die Zerstäubungs- sondern die Entladungserscheinungen. Die Zerstäubung wird in einem bestimmten Spannungsbereich völlig unterbunden; auch bei höheren Spannungen entsteht keine Zerstäubung, sondern nur ein Abtropfen (s. Abb. 5).

Die Grenze zwischen der 3. und 4. Gruppe ist nicht scharf. Sie erstreckt sich über einen größeren Leitfähigkeitsbereich, weil sie auch von der Oberflächenspannung bestimmt wird. (Die Feldstärke muß im Mittel kleiner sein als der Instabilitätswert, wenn der Tropfen stabil sein soll.)

4. Betrachtung der Ausflußmengen

Bei der Messung der Ausflußmengen stößt man auf Erscheinungen, die nur durch das Auftreten der oben besprochenen Raumladungen zu erklären sind. Zum Beispiel kann die Ausflußmenge eine unstetige Funktion der Spannung sein. Wenn man die Spannung steigert, so treten sprunghaft Änderungen der Ausflußmenge beim gleichzeitigen Wechsel zwischen bestimmten Tropfenformen bzw. Zerstäubungserscheinungen auf. Bei der Zerstäubung von Aceton tritt solch ein Sprung bei dem Übergang vom stabilen Tropfenkegel zum unregelmäßigen Wechsel der Zerstäubungsrichtungen auf. Die Ausflußmenge steigt dort sprunghaft auf den sechsfachen Wert an (s. Abb. 6: Übergang bei 6 kV). Der Grund für diese Erscheinung liegt darin, daß die Tropfenspitze des stabilen Kegels ($U < 6 \text{ kV}$) immer durch Raumladungen abgeschirmt ist; dagegen ist beim Sprühen ($U > 6 \text{ kV}$) diese Abschirmung durch

den laufenden Wechsel der Zerstäubungs- und Entladungsrichtungen zeitweise aufgehoben.

Außerdem kann es vorkommen, daß die Ausflußmenge eine mehrdeutige Funktion der Spannung ist, d.h. es können in bestimmten Spannungsbereichen verschiedene Tropfenformen mit unterschiedlicher Ausflußmenge eingestellt werden. Beispielsweise wurde an einem Methanol-Wasser-Gemisch (1:1) folgendes beobachtet: Zwischen 8,2 und 9,5 kV kann sowohl ein normales Sprühen mit einer Ausflußmenge von $0,61 \text{ cm}^3/\text{min}$ als auch ein stabiler Tropfen auftreten an dessen Oberfläche lediglich eine Entladung vor sich geht ($25 \mu\text{A}$). Die beiden Formen sind in einem Bereich von $-6 \text{ mm} < p < 2,5 \text{ mm}$ Flüssigkeit einstellbar. Bei höherem Druck ist nur das Sprühen und bei niedrigerem Druck nur die stabile Tropfenform möglich. Welche Erscheinung man innerhalb dieses Druckbereiches beobachtet, hängt nur davon ab, von welchem Ende des Bereiches aus die Einstellung für den Druck erfolgte.

Solche unstetigen und mehrdeutigen Funktionen lassen sich nicht durch eine allgemeine Ausflußformel erfassen, die für alle Flüssigkeiten und alle Spannungsbereiche gelten könnte. Es soll deshalb nur der Einfluß der einzelnen Konstanten einer Flüssigkeit auf die Ausflußmenge besprochen werden.

Der Einfluß der Flüssigkeitseigenschaften auf die Ausflußmenge

Die wichtigsten Größen sind die Leitfähigkeit und die Zähigkeit. Wenn man den Einfluß der Leitfähigkeit nachprüfen will, braucht man deshalb Flüssigkeiten gleicher oder wenigstens annähernd gleicher Zähigkeit und unterschiedlicher Leitfähigkeit. Solche Flüssigkeiten kann man sich durch Mischungen herstellen. In Abb. 7 ist die Ausflußmenge von Methanol-Wasser und Methanol-Tetrachlorkohlenstoff-Gemischen aufgetragen. Die Messungen wurden mit einer Glasdüse (Innendurchmesser 0,33 mm; Außendurchmesser 0,66 mm) durchgeführt. Die Leitfähigkeit der Methanol-Tetrachlorkohlenstoff-Gemische hängt exponentiell von der Konzentration des Methanolgehaltes ab [11]. Durch diese Abhängigkeit ist das außerordentlich steile Ansteigen der Kurve zwischen 92% bis 85% Tetrachlorkohlenstoff zu erklären. Der Abfall der Kurve zwischen 25 bis 60% Wasser entsteht durch das Absinken des zeitlichen Mittelwertes der Feldstärke infolge eines immer stärker werdenden Koronastromes. Für Mischungen mit einem Wassergehalt von über 50% kann an Stelle der Zerstäubung eine nicht abbrechende Korona an einem stabilen Tropfen eingestellt werden (Kurventeil B). In Abb. 8 ist die Ausflußmenge der untersuchten Mischungen in Abhängigkeit von der Stromstärke aufgetragen. Die Stromstärke wächst mit der Leitfähigkeit einer Flüssigkeit. Eine solche Darstellung der Ausflußmenge in Abhängigkeit von der Stromstärke ist zweckmäßig, weil die Stromstärke für die Herabsetzung der Feldstärke die entscheidende Größe ist. Man sieht an Abb. 8, daß die Ausflußmenge zunächst mit wachsender Stromstärke zunimmt. Bis zu $0,15 \mu\text{A}$ entspricht das Aussehen der Zerstäubung dem Verhalten der II. Flüssigkeitsgruppe (s. Tabelle). Dann setzt das Sprühen ein (III. Gruppe), und die Ausflußmenge bleibt nach Durchlaufen eines Maximums annähernd

stant. Bei einer Stromstärke von etwa 15 μA beginnt dann der Übergang zwischen der III. und I. Flüssigkeitsgruppe.

In Abb. 9 ist die Abhängigkeit der Ausflußmenge von der Zähigkeit angegeben. Es wurden für die Messung organische Flüssigkeiten unterschiedlicher Zähigkeit und annähernd gleicher Leitfähigkeit verwendet. Die Abnahme der Ausflußmenge mit zu-

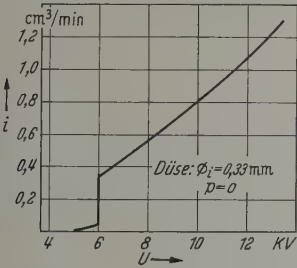


Abb. 6. Abhängigkeit der Ausflußmenge von der Spannung

nehmender Zähigkeit ist auf den Strömungswiderstand der Glasdüse zurückzuführen.

Neben den bis jetzt genannten Konstanten haben die Oberflächenspannung und die Dichte einen Einfluß auf die Zerstäubungsmenge, weil für die Zerstäubung

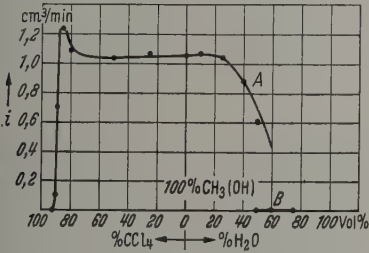


Abb. 7. Ausflußmengen von Mischungen verschiedener Leitfähigkeit

die bestimmte Oberflächenarbeit und Beschleunigungsenergie aufgebracht werden muß. Ein Unterschied in der Oberflächenspannung wirkt sich bei der Untersuchung verschiedener Flüssigkeiten auf die Ausflußmenge nur bei niedrigen Spannungen aus. Man ist nämlich der Unterschied zwischen den Ausflußmengen durch die unterschiedlichen Instabilitätsgrenzen (Einsatzspannungen) gegeben. Bei hohen Spannungen ist eine Abnahme der Ausflußmenge mit wachsender Oberflächenspannung nicht mehr nachweisbar. Vermutlich werden bei hohen Spannungen (1 kV) die Geschwindigkeiten der Tropfenspitze bzw. die Flüssigkeitsfadens so groß, daß die für die Zerstäubung notwendige Oberflächenarbeit nur noch einen Bruchteil der notwendigen Beschleunigungsenergie beträgt (Einzelheiten s. [12]). Der Einfluß der Dichte auf die Ausflußmenge fällt praktisch nicht ins Gewicht, weil die Dichten der meisten organischen Flüssigkeiten sich nur wenig voneinander unterscheiden.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß die Unterschiede in der Zerstäubungsmenge, die durch die Zähigkeit und die Oberflächenspannung der einzelnen Flüssigkeiten gegeben sind, sich durch geeignete Wahl der äußeren Versuchsbedingungen ausgleichen lassen. Größe der Düsenöffnung, hydrostatischer Druck,

Elektrodenabstand s. unten). Allein die Unterschiede, die durch die Leitfähigkeit hervorgerufen werden, sind nicht auszugleichen.

Der Einfluß des Druckes und der Düsenöffnung auf die Ausflußmenge

Die Flüssigkeitsmenge, die durch Instabilität einer Oberfläche bei einer bestimmten Spannung vernebelt werden kann, ist begrenzt. Man kann durch

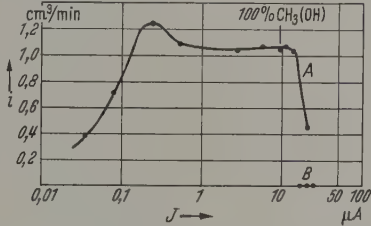


Abb. 8. Ausflußmenge verschiedener Mischungen als Funktion des Stromes

eine Erhöhung des hydrostatischen Druckes zwar den Durchfluß durch die Düse erhöhen und dadurch den Strömungswiderstand der Düse ausgleichen, aber

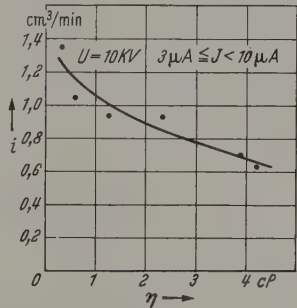


Abb. 9. Abhängigkeit der Ausflußmenge von der Zähigkeit ($U = 10 \text{ kV}$)

man kann die Zerstäubung dadurch nicht erzwingen. Wenn nun durch höheren Druck größere Flüssigkeitsmengen aus der Düse ausfließen, als bei einer bestimmten Spannung vernebelt werden können, ändert sich die Zerstäubungsform; es werden dann in regelmäßigen Abständen ganz große Tropfen ausgeschleudert. Der Durchmesser dieser Tropfen ist dann ungefähr so groß wie der der Düse, d.h., er übertrifft den Durchmesser der übrigen Tröpfchen, die durch die Instabilität der Oberfläche entstanden sind, um eine Größenordnung! ZELENY hat diese Erscheinung in einer fortlaufenden Bilderfolge photographiert (Zerstäubung von Methanol bei 5 kV und $p = 3 \text{ cm}$ Flüssigkeitssäule) [5]. Diese Tatsache gibt bei der Zerstäubung von Wasser leicht zu Täuschungen Anlaß. Bei wenig erhöhtem Druck (10 mm H_2O) bekommt man nämlich an Stelle des runden, stabilen Wassertropfens mit einer Entladung eine sehr grobe „Zerstäubung“. Es handelt sich hier aber nicht um eine Zerstäubung, sondern nur um ein schnell aufeinanderfolgendes Abtropfen. Der Tropfen verlängert sich regelmäßig zu einem langen Stift, bis er in der Mitte auseinanderbricht (s. Abb. 5c). Es tritt aber keine Zuspitzung des Tropfens, keine Oberflächeninstabilität auf. Die Entladung beginnt nach wie vor an der Spitze des Tropfens und verhindert seine

Instabilität. Man kann diese Erscheinung an Glycerin leichter beobachten als an Wasser.

In Abb. 10 ist die Druckabhängigkeit der Ausflußmenge bei der Zerstäubung von Aceton aufgetragen.

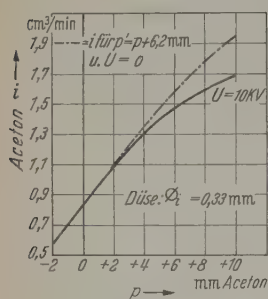


Abb. 10. Druckabhängigkeit der Ausflußmenge ($U = 10$ kV)

Durchfluß durch die Düse auswirkt: Die unterbrochene Kurve stellt die Ausflußmenge dar, die durch

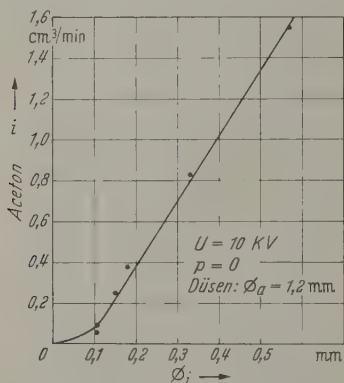


Abb. 11. Ausflußmenge als Funktion des Öffnungsdurchmessers

die Düse bei einem Druck von $p' = p + 6.2$ mm in ein Flüssigkeitsbad fließt ($U = 0$). Durch den Druck von 6.2 mm wird gerade die Flüssigkeitsmenge durch die Düse gedrückt, die während der Zerstäubung ($U = 10$ kV, $p = 0$) gemessen wird. Man sieht an Abb. 10,

daß diese beiden Kurven für kleine Druckänderungen übereinstimmen. Bei großen Druckänderungen ist das nicht mehr der Fall. Das liegt daran, daß bei größeren Ausflußmengen (d. h. größerer Raumladung) die Feldstärke an der Tropfenspitze absinkt.

Die Ausflußmenge kann man auch durch die Weite der Düsenöffnung bestimmen (Abb. 11). Für die in Abb. 11 eingetragenen Meßwerte wurden Düsen verschiedener Innendurchmesser aber gleichen Außen durchmessers verwendet.

Zusammenfassung

Es ist nicht möglich, eine Formel anzugeben, die es gestattet, die Ausflußmenge für eine beliebige Flüssigkeit aus den Konstanten der Flüssigkeit und den äußeren Bedingungen zu berechnen. Das liegt daran, daß die Ausflußmenge weder eine stetige noch eine eindeutige Funktion der Spannung ist. Es ist aber möglich, die Flüssigkeiten nach der Größe ihrer Leitfähigkeit in Gruppen einzuteilen. In einer Gruppe sind dann Flüssigkeiten gleichen äußeren Verhaltens (Größenordnung der Ausflußmenge, Feinheit des Nebels) zusammengefaßt.

Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Friedrich-Schiller-Universität Jena (Institutsdirektor Prof. Dr. W. SCHÜTZ) durchgeführt. Für die Anregung zu diesem Thema sowie für die immer hilfsbereite Beratung während der Arbeit möchte ich Herrn Prof. Dr. HARALD STRAUBEL besonders herzlich danken.

Literatur: [1] STRAUBEL, H.: Z. angew. Phys. 6, 26 (1954). — [2] STRAUBEL, H.: Exp. techn. Phys. 3, 89 (1955). — [3] ZELENY, J.: Phys. Rev. 3, 69 (1914). — [4] ENGLISH, W. N.: Phys. Rev. 74, 179 (1948). — [5] ZELENY, J.: Phys. Rev. 108 (1917). — [6] GÄNGER, B.: Der elektrische Durchschlag von Gasen. Berlin 1953. — [7] ZELENY, J.: Proc. Camb. Phil. Soc. 18, 71 (1915). — [8] RAYLEIGH, Phil. Mag. 5, 14, 184 (1882). — [9] PAUTHENIER, M., u. G. DUHAUT: Rev. gén. Electr. 58, 35 (1949); 59, 133 (1950). — [10] DROZIN V. G.: J. Coll. Sci. 10, 158 (1955). — [11] GEMANT, A.: Wiss. Veröff. Siemenskonzern 6, 58 (1928); 7, 134 (1928). — [12] SCHULTZE, K.: Diplomarbeit, Jena 1957.

Dipl.-Phys. KLAUS SCHULTZE,
Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik,
München 23

Einfluß von Oberflächenströmen auf die Charakteristik formierter Spitzengleichrichter

Von R. EBHARDT, E. HOFMEISTER und E. GROSCHWITZ

Mit 13 Textabbildungen

(Eingegangen am 7. Oktober 1959)

Einleitung

Die vorliegende Untersuchung schließt sich an eine Reihe früherer Arbeiten der Verfasser an [1] bis [5]. Es werden im folgenden Meßergebnisse über die Strom-Spannungsabhängigkeit von formierten Spitzengleichrichtern mitgeteilt und diskutiert. Die physikalische Interpretation dieser Messungen stützt sich auf ausgewertete analytische Ergebnisse, die in den Arbeiten [1] bis [5] ermittelt worden sind. Die hier-

bei als Leitmotiv der Untersuchung verwendet Konzeption geht von der Vorstellung aus, daß die elektrischen Eigenschaften von Halbleiterkontakte nicht unerheblich von Oberflächenströmen bestimmt werden. Dieser Sachverhalt liegt ganz besonders stark bei Spitzengleichrichtern vor. Die experimentellen Erfahrungen bei der physikalisch-technischen Entwicklung und industriellen Fertigung von Dioden und Transistoren zeigen, daß charakteristisch

liche Veränderungen der Strom-Spannungskennlinien durch Leckströme auftreten, die an Halbleiterkontakten parallel zur Oberfläche in Oberflächeninversionsschichten fließen. Eine Reihe von Autoren führten deshalb Messungen der Leitfähigkeit in solchen Kanälen durch [6] bis [12]. In der bisherigen Fachliteratur ist jedoch, soweit den Verfassern zur Zeit bekannt, das Problem der Oberflächenströme im Zusammenhang mit der Physik der Spitzenkristallgleichrichter noch nicht ausführlich theoretisch und experimentell behandelt worden.

Die im folgenden durchgeführte vergleichende Analyse der berechneten und der gemessenen Charakteristiken zeigt einen bemerkenswerten Einfluß der Halbleiteroberfläche auf den Mechanismus des Gleichrichtereffektes von Spitzenkristallgleichrichtern. Bei Berücksichtigung des Oberflächenstromes lassen sich gemessenen Kurven befriedigend durch die Theorie beschreiben. Die konventionelle Theorie des p - n -Überganges für das kugelsymmetrische Problem ohne Eintrag des Oberflächenstromes leistet diese Übereinkunft nicht in gleicher Weise. Die in den Arbeiten Lund [4] durchgeführte analytische Beschreibung des Oberflächenstromes stützt sich auf eine in [3] mitgeführte Untersuchung über den inneren Aufbau von Oberflächeninversionsschichten. Wesentlich ist hierbei die Herstellung des Zusammenhanges, auf welche Weise die physikalische Beschaffenheit der Kristalloberfläche und die Größen des Halbleiterkörpers die Struktur und die elektrischen Eigenschaften der Oberflächeninversionsschicht bestimmen. Das verwendete Modell des Oberflächenstromes [4] stellt eine schematische Vereinfachung des in Wirklichkeit sehr komplizierten Potential- und Stromlinienverlaufes dar; es beschreibt jedoch die wesentlichen physikalischen Vorgänge in einer geschlossenen mathematischen Form, die für die Auswertung der analytischen Ergebnisse und die Diskussion des experimentellen Sachverhaltes ein Vorteil ist.

Bei der Analyse der gemessenen Strom-Spannungskennlinien zeigt sich, daß der Anteil des Oberflächenstromes den Verlauf des Gesamtstromes in charakteristischer Weise bestimmt und insbesondere von gleicher Größenordnung ist wie der gemessene Gesamtstrom. Ein Vergleich zwischen dem Volumenstrom und dem Oberflächenstrom im Zusammenhang mit dem experimentell bestimmten Gesamtstrom gestattet quantitative Aussagen über die Beschaffenheit der Halbleiteroberfläche und über den Einfluß der Struktur der Oberflächeninversionsschicht auf die Charakteristik.

Die in [2], [3] und [4] ausgearbeitete theoretische Konzeption der Oberflächenströme ist so allgemein gehalten, daß sie grundsätzlich nicht nur auf Spitzengleichrichter, sondern auch auf andere Halbleiterbauelemente angewendet werden kann. Ein entsprechendes Modell für Oberflächenströme am Kollektor eines Halbleitertransistors ist in [4] behandelt worden. Bei Spitzengleichrichtern ist jedoch das Problem der Oberflächeneinflüsse im Prinzip viel gravierender als bei Widerständen, weil bei Spitzengleichrichtern die Ausdehnung durch die Feder gebildeten Kontaktfläche außerordentlich viel kleiner ist als die geometrische Größe der physikalisch wirksamen Halbleiteroberfläche [5]. Experimentell läßt sich leicht zeigen, wie empfindlich die Gleichrichtereigenschaften bei einer Veränderung

der physikalischen Bedingungen an der Halbleiteroberfläche reagieren. Die Vorbehandlung der Kristalloberfläche, z.B. durch Ätzen, Bestrahlen, Tempern, aber auch der Einfluß der Gasatmosphäre oder die Art der Oberflächenbelegung bei fertigen Spitzengleichrichtern demonstrieren die Größenordnung und Bedeutung der physikalischen Eigenschaften der Oberfläche für den Gleichrichtereffekt des Bauelements. Im Rahmen der in [2] und [3] durchgeführten Beschreibung der Oberflächeninversionsschichten wird dieser Sachverhalt verständlich, weil hierbei gezeigt wird, wie die Eigenschaften der Oberfläche die Struktur der Inversionsschicht bestimmen.

Das in [2] bis [4] ausgeführte Modell des Oberflächenstromes enthält die Vorstellung einer spannungsabhängigen effektiven Kontaktfläche, die in [5] auch quantitativ diskutiert worden ist. Diese effektive Kontaktfläche beschreibt jenen Oberflächenbereich in der Umgebung der Metallspitze, der durch die Existenz des Oberflächenstromes in den Gleichrichtereffekt einbezogen wird. Von W. SCHOTTKY wurde bereits vor Jahren die Vermutung geäußert¹, daß der Strom von Spitzengleichrichtern durch eine spannungsabhängige effektive Kontaktfläche über die Oberflächeninversionsschicht fließt, wobei die Verhältnisse an der Kristalloberfläche jeweils eine modifizierende Rolle spielen.

Die Beschaffenheit der Halbleiteroberfläche wird durch die elektrische Oberflächenladung charakterisiert, die summarisch die Gesamtwirkung der Adsorptionsschicht und der Oberflächenzustände auf die Struktur der Oberflächeninversionsschicht beinhaltet. Durch die elektrische Flächenladungsdichte an der Kristalloberfläche ist die Randfeldstärke der Oberflächeninversionsschicht bestimmt, die für den inneren Aufbau und das elektrische Verhalten dieser gesamten Inversionsschicht von Bedeutung ist. Eventuell vorhandene Transportvorgänge innerhalb der adsorbierten Fremdschicht auf der Kristalloberfläche werden im Rahmen dieser Untersuchung nicht in Betracht gezogen. Diese Konzeption, die den Oberflächenstrom in erster Linie als einen Vorgang innerhalb der oberflächennahen Zone der Inversionsschicht betrachtet, ist im Sinne einer guten Approximation durch naheliegende physikalische Gründe gerechtfertigt. Es ist anzunehmen, daß die Leitfähigkeit innerhalb des Kristallgitters wesentlich größer ist als in der allgemeinen stark gestörten und inhomogenen Oxidschicht oder in anderen Adsorptionsschichten. Außerdem ist die Dicke der Anreicherungsschicht im allgemeinen ein bis zwei Größenordnungen größer als die hiergegen sehr dünne molekulare Adsorptionsschicht, so daß ein möglicherweise in der äußeren Fremdschicht stattfindender Transport von Ladungsträgern einen Strombeitrag liefern würde, der gegenüber dem Oberflächenstrom innerhalb der Anreicherungszonen der Oberflächeninversionsschicht vernachlässigt werden kann. Dies gilt jedoch nur bei zeitlich stationären Vorgängen, also bei einer äußeren Belastung der Oberflächeninversionsschicht mit einem zeitlich konstanten Potential. Bei zeitlich periodischen

¹ Briefliche Diskussionsbemerkungen von W. SCHOTTKY im Jahre 1952 zu einer nicht veröffentlichten Arbeit von E. GROSCHWITZ über den Einfluß von UV-Bestrahlung der Halbleiteroberfläche auf den Gleichrichtereffekt bei Spitzengleichrichtern.

Vorgängen oder Impulsbelastungen kann die Strukturänderung der adsorbierten Fremdschicht an der Kristalloberfläche durchaus den Oberflächenstrom beeinflussen. Bei Wechselstromvorgängen spielen sowohl in räumlicher als auch in zeitlicher Hinsicht die Prozesse der Störstellenreaktionen nicht nur am Kristallrand, sondern insbesondere auch in der adsorbierten Fremdschicht eine Rolle. Auch statistische Fluktuationsprozesse an der Halbleiteroberfläche, z. B. Rauscheffekte, werden zum Teil durch Schwankungserscheinungen des Adsorptionsgleichgewichtes bestimmt.

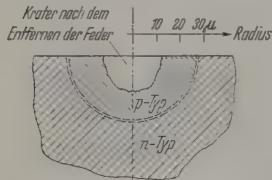


Abb. 1. Schnitt durch einen Formierkontakt nach R. THEDIECK (Z. angew. Phys. 5, 165 (1953))

Bei den in der vorliegenden Arbeit zu erörternden Fragen handelt es sich grundsätzlich um Gleichstromeffekte und demzufolge um stationäre Strom-Spannungsbeziehungen.

Anschließend soll zunächst der experimentelle Sachverhalt mitgeteilt werden. Dann

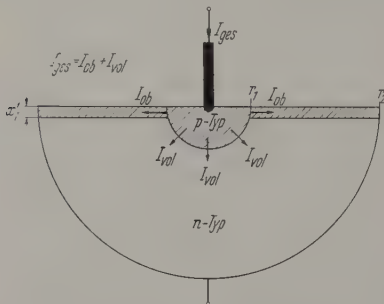


Abb. 2. Schema eines formierten Spitzengleichrichters mit ausgeprägter Modell-Oberflächen-Inversionsschicht

des Oberflächenstromes unterschieden werden. Hierauf folgt der Vergleich zwischen experimentellen und theoretischen Kurven mit einer Diskussion der hierbei durchführbaren Analyse der Gesamtkarakteristik. Schließlich werden in einem Anhang die analytischen Ergebnisse aus [1] bis [5] zusammengestellt, mit deren Hilfe die experimentellen Kurven verglichen wurden.

Experimentelle Untersuchung

Die Kennlinienmessungen wurden mit einer Kompensationsmethode durchgeführt, die einerseits eine genaue Bestimmung von Meßwerten auch bei kleinen Strömen erlaubt und andererseits Fehler durch Innenwiderstände der Meßinstrumente zu eliminieren gestattet. Für die Dioden wurden Germanium-Plättchen verwendet, die mit Arsen dotiert waren. Als Ausgangsmaterial diente ein aus der Schmelze gezogener Germanium-Einkristallstab. Die Störstellendichte betrug $n_D = 0,8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, was einem spezifischen Widerstand von $2 \Omega \text{ cm}$ entspricht. Als Federmaterial wurde Molybdän gewählt. Der Krümmungsradius der Molybdänspitze schwankte bei den einzelnen Dioden zwischen 3 und 5μ . Bei der Formierung wurde die Federkraft der Metallspitze mit Hilfe eines Dyna-

mometers für alle Dioden gleich groß eingestellt. Der Formierstromimpuls betrug $0,6 \text{ A}$ und $0,75 \text{ sec}$ und war für sämtliche Exemplare gleich.

Um die gemessenen Kurvenverläufe mit den theoretischen Kurven vergleichen zu können, ist die Kenntnis einer Reihe von Parametern erforderlich: Der Radius r_1 der Formierhalbkugel, die Diffusionslänge im Kristall L_{vol} und in der Anreicherungs-schicht L_{ob} , die elektrische Flächenladungsdichte auf der Kristalloberfläche. Der Radius r_1 variiert mit den Formierbedingungen und repräsentiert somit das effektive Ergebnis einer bestimmten Formiervorschrift. Die Diffusionslänge L charakterisiert den Leitungsmechanismus im Inneren des Kristalls, sie bestimmt somit den über die Formierhalbkugel fließenden Volumenanteil des Diodenstromes. Die Größe L_{vol} wird durch Messung am Ausgangskristall bestimmt, der zur Herstellung der Dioden verwendet wurde. Durch die elektrische Flächenladungsdichte an der Kristalloberfläche ist die elektrische Randfeldstärke und somit der Aufbau der Inversionsschicht, z. B. die Dicke der Anreicherungsschicht, bei vorgegebener Dotierung festgelegt. Die elektrische Flächenladungsdichte kann durch die Vorgeschichte des Kristalls, durch Oberflächenbehandlung, durch die an den Kristall anschließende Gaphase und durch technologische Bedingungen bei der Herstellung der Spitzendioden verändert werden. Für die fertige Diode stellt die elektrische Flächenladungsdichte eine charakteristische effektive Größe dar, durch welche die physikalische Beschaffenheit der Kristalloberfläche und ihre Wirkung auf den Gleichrichtereffekt zum Ausdruck kommt. Deswegen ist die Diffusionslänge L_{ob} in der an den Kristallrand anschließenden Anreicherungsschicht als eine effektive phänomenologische Kenngröße des Oberflächenstromes der Spitzendiode anzusehen.

R. THEDIECK [13] hat den Einfluß und die physikalischen Verhältnisse der Formierung von Spitzkontakten an Germaniumoberflächen eingehend experimentell untersucht. Durch ein stufenweises Ät- und Meßverfahren wurde von THEDIECK die Tiefenaußdehnung desjenigen Halbleitergebietes bestimmt, durch die Formierung gegenüber dem Grundmaterial der Leitungstypus geändert hat. Die Dicke der Sperschicht wird mit weniger als 2μ angegeben. Bei THEDIECK betrug der Formierstromimpuls etwa 1 A und 1 sec . Nach dem Formierprozeß hat der gesamte Radius r_1 der Halbkugel vom p-Typ eine Größe zwischen 24 und 34μ . In Abb. 1 ist der Schnitt durch das beschriebene Formiergebiet nach THEDIECK dargestellt. Bei den Spitzendioden, die von uns zu den Messungen herangezogen wurden, war der Formierstromstoß geringer, so daß sich etwas kleinere Radien ergaben.

Auswertung und Diskussion der analytischen Ergebnisse

Zur Erleichterung des Verständnisses ist es zweckmäßig, die gewonnenen analytischen Ergebnisse, die im letzten Abschnitt dieser Arbeit zusammengestellt sind, an Hand berechneter Beispiele zu diskutieren. Abb. 2 zeigt das Modell eines Spitzenkontaktgleichrichters. Die halbkugelförmige Zone vom Radius r_1 stellt das durch den Formierprozeß entstandene leitende Gebiet hoher Leitfähigkeit dar. An diesen

halbkugelförmigen Gebiet existiert somit ein echter Übergang infolge von zwei aneinandergrenzenden Kristallbereichen, deren Leitungstypus durch die Anwesenheit entsprechender Donatoren- bzw. Akzeptorenkonzentrationen bestimmt wird. Beim Formieren und die auf den Halbleiterkristall aufgesetzte Metallspitze durch einen kurzen Formier-Stromstoß stark erhitzt, wodurch das Germanium in einem kleinen Bereich in der Umgebung der Spitze schmilzt. Durch das flüssige Halbleitermaterial eindiffundierende Verunreinigungen und durch eine hohe Konzentration von Verunreinigungen mit Akzeptorencharakter entsteht beim Abkühlen der Schmelzzone im n -leitenden Germanium ein nahezu halbkugelförmiges p -leitendes Formiergebiet. Über diesen halbkugelförmigen pn -Übergang fließt der Volumenanteil des Diodenstromes.

H. BENEKING [14] sowie HOFMEISTER und GROSCHWITZ [1] haben den Einfluß der geometrischen Verhältnisse, die bei der Spitzendiode im Gegensatz zum ebenen pn -Übergang vorliegen, berücksichtigt und erhielten dadurch eine bedeutend bessere Übereinstimmung der theoretischen und experimentellen Ergebnisse. In der Arbeit [1] wurde die Strom-Spannungs-Gleichung durch Formfaktoren verbessert, die sich für das kugel- und zylindersymmetrische Problem bei der Analysis ergeben. BENEKING berücksichtigt außerdem noch die spannungsabhängige Variation der Sperrschichtdicke und erhält dadurch eine Erklärung für den mit wachsender Sperrspannung steigenden Sättigungsstrom.

In Abb. 2 ist ferner schematisch zwischen den Radien r_1 und r_2 die den Oberflächenstrom leitende Anreicherungsschicht dargestellt. Die senkrecht zur Oberfläche gemittelte Konzentration der Defektelektroden sowie die Dicke der Anreicherungsschicht variieren mit dem sich an der Oberfläche zwischen r_1 und r_2 einstellenden Potentialverlauf. Feld- und Dichteverteilung stehen in einem sich gegenseitig bedingenden ursächlichen Zusammenhang. Der zylindersymmetrische Potentialgradient bewirkt einerseits eine Variation der mittleren Trägerdichte an jeder Stelle r , so daß man sich durch homogen in der Anreicherungsschicht verteilte fiktive Quellen und Senken erzeugen kann, und andererseits die Bewegung der Ladungsträger in der idealisierten Modellversionsschicht parallel zur Oberfläche. Dieser Mechanismus ist ein modellmäßiger Ersatz für die in Wirklichkeit komplizierte Stromverteilung innerhalb der Oberflächeninversionsschicht [4]. Am Rande r_1 werden beim Übergang zwischen der spannungsabhängigen Leitfähigkeit der n -leitenden Anreicherungsschicht und der von der Spannung nicht abhängigen halbkugelförmigen p -Zone des Formiergebietes keine zusätzlichen Bedingungen angenommen. An der äußeren Elektrode wird die Spannung U festgehalten, so daß hier die Verhältnisse in der Anreicherungsschicht nicht durch eine an den Spitzenkontakt angelegte Spannung modifiziert werden.

In Abb. 3 sind Strom-Spannungskennlinien des Spitzenkontaktgleichrichters dargestellt, die nach den letzten Abschnitt der vorliegenden Arbeit zusammengefaßten theoretischen Ergebnissen [1] bis [5] berechnet wurden. Als Beispiel wurde n -leitendes Halbleitermaterial als Grundsubstanz mit einer Dotierungskonzentration $n_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ gewählt, was einem spezifischen Widerstand von $\rho = 1,5 \Omega \text{ cm}$ entspricht. Der Radius r_1 der formierten, p -leitenden

halbkugelförmigen Zone in der Umgebung der Metallspitze beträgt 25μ und der Radius r_2 des äußeren Kristallrandes nach üblichen Richtleiterabmessungen 800μ . Für die Berechnung des Volumenstromes I_{vol} kann in der Formel (2), s. Anhang, der Anteil des Diffusionsstromes der Elektronen im p -leitenden halbkugelförmigen Gebiet gegenüber dem Löcherstrom im n -leitenden Kristallgebiet des Halbleiterinneren vernachlässigt werden. Diese Näherung setzt voraus, daß die Dichte der Defektelektroden in der formierten Halbkugelzone groß ist gegen die Konzentration der

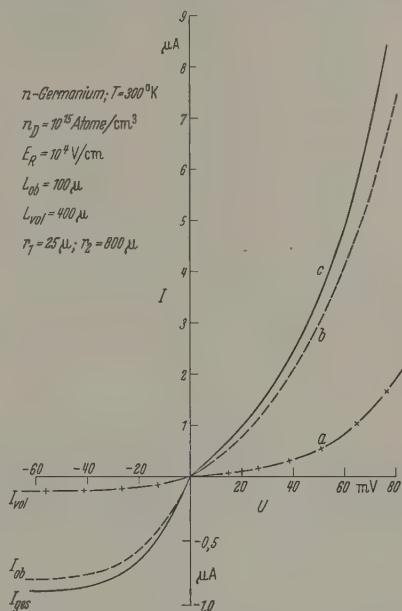


Abb. 3. Berechneter Volumen-Oberflächen- und Gesamtdiodenstrom in Abhängigkeit von der angelegten Spannung eines Spitzengleichrichters

Leitungselektronen im n -leitenden Halbleiterkristall. Die Diffusionskonstante D_p der Löcher beträgt in Germanium $44 \text{ cm}^2/\text{sec}$; für die zugehörige Diffusionslänge L_p wurde ein gebräuchlicher, mittlerer Wert von 400μ angenommen. Mit den obigen Werten erhält man bei den vorliegenden geometrischen Abmessungen einen Volumensättigungsstrom von $I_{s, vol} = 0,08 \mu\text{A}$. Die mit diesem Sättigungsstrom berechnete Diodenkennlinie des Volumenstromes ist in Abb. 3 mit a bezeichnet.

Zur Berechnung des Oberflächenstromes ist neben den bereits erwähnten Bestimmungsgrößen noch die Wahl der elektrischen Flächenladungsdichte an der Kristalloberfläche oder der entsprechenden Randfeldstärke E_R notwendig. In [3] ist mit der Ungleichung (15a) ein Kriterium für E_R angegeben, das für die Ausbildung einer ausgeprägten Anreicherungsschicht (starke Inversion) erfüllt sein muß. Für Germanium mit einer Dotierung von $10^{15} \text{ Atome/cm}^3$ liegt die untere Grenze der erforderlichen Randfeldstärke nach Maßgabe des Kriteriums bei etwa $6 \cdot 10^3 \text{ V/cm}$. Die obere Grenze ist durch die Durchbruchfeldstärke beschränkt, die mehr als 10^6 V/cm beträgt. Für unser Beispiel haben wir $E_R = 10^4 \text{ V/cm}$ gewählt. Dieser Randfeldstärke entsprechen etwa 10^{11} Elementarladungen pro cm^2 der Oberfläche. Wenn man annimmt,

daß diese Elementarladungen von ionisierten Atomen oder Molekülen herrühren, so ist bei einer Flächenladungsdichte von 10^{11} cm^{-2} der gegenseitige Abstand der elektrisch wirksamen Zentren etwa 1000 bis 10000 Moleküldurchmesser.

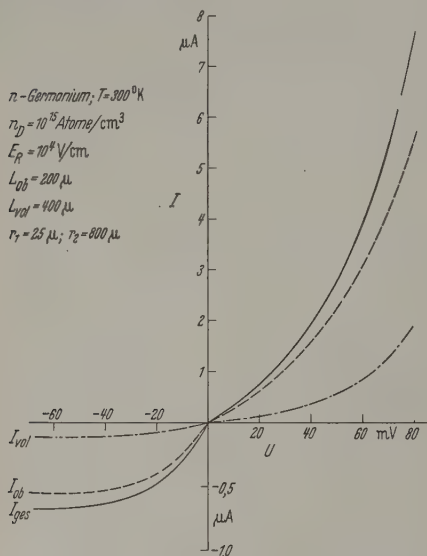


Abb. 4. Berechneter Volumen-Oberflächen- und Gesamtdiodenstrom in Abhängigkeit von der angelegten Spannung eines Spitzengleichrichters

Bei Diffusionsvorgängen in randnahen Gebieten sind die kennzeichnenden Größen gegenüber den entsprechenden Volumenparametern mehr oder weniger

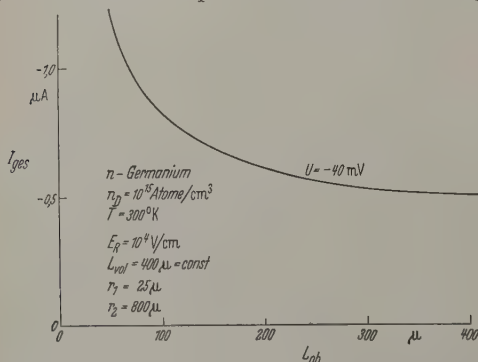


Abb. 5. Berechneter Gesamtdiodenstrom in Abhängigkeit von der effektiven Diffusionslänge der Anreicherungsschicht an der Halbleiteroberfläche

zu modifizieren. Durch Reflexion der beweglichen Ladungsträger an der Kristalloberfläche sowie durch vergrößerte Anzahl der Rekombinationszentren ist eine kleinere Diffusionslänge gegenüber den Kristallinneren zu erwarten. Aus den gleichen Gründen ist auch die Beweglichkeit der Ladungsträger im allgemeinen etwas verkleinert [15].

Um diese randnahen Verhältnisse zu berücksichtigen, ist in dem Rechenbeispiel der Abb. 3 für die Berechnung des Oberflächenstromes die Diffusionslänge $L_{ob} = 100 \mu$ in der Anreicherungsschicht der Oberfläche gewählt worden, während für den Volumenanteil des Stromes über das formierte Halbkugelgebiet $L_{vol} = 400 \mu$ angenommen wurde. Die mit diesen Para-

metern berechnete Kennlinie des Oberflächenstromes [s. Anhang Formel (11)], ist ebenfalls in Abb. 3 dargestellt (Kurve b). Der Gesamtstrom, der sich aus der Summe des Volumenstromes und des Oberflächenstromes zusammensetzt, ist in Kurve c veranschaulicht.

Das Zustandekommen eines Gleichrichtereffektes des Oberflächenstromes wurde in [4] im einzelnen auseinandergesetzt. In physikalischer Hinsicht resultiert die Kennlinie des Oberflächenstromes auf den Zusammenwirken bestimmter spannungsabhängige Größen der Anreicherungsschicht gemäß Formel (11). Insbesondere beruht die Unipolarität des Oberflächenstromes auf dem in Fluß- und Sperrichtung unsymmetrischen Verlauf der Variation der mittleren Trägerdichte sowie der Dicke der Anreicherungsschicht in Abhängigkeit von der angelegten Spannung.

Es sei hierbei bemerkt, daß die zum Rechenbeispiel nötige Wahl bestimmter physikalischer Größen viel leicht als willkürlich erscheinen könnte. Ein solches Argument ist jedoch nicht gerechtfertigt, weil die Bedeutung des Beispiels gerade in der Demonstration eines empirischen Sachverhaltes besteht, der sich aus einer Reihe verschiedener Ursachen von physikalisch gut begründeter Größenordnung zusammensetzt. In sofern erweist sich das Studium eines berechneter Modells als ein wirksames Hilfsmittel zur Analyse der einzelnen physikalischen Ursachen eines komplizierten zusammengesetzten Effektes wie beispielsweise der gemessenen Strom-Spannungskennlinie.

Aus den in Abb. 3 dargestellten Kurvenverläufen ist ersichtlich, daß sowohl im Sperr- als auch in Durchlaßbereich der Oberflächenstrom den größten Anteil am Gesamtstrom liefert. Um zu verdeutlichen welchen Einfluß die den Leitungsmechanismus in der Modelanreicherungsschicht charakterisierende Diffusionslänge L_{ob} nimmt, sind in Abb. 4 die Strom-Spannungskennlinien für eine doppelt so große Diffusionslänge $L_{ob} = 200 \mu$ dargestellt worden. Alle anderen physikalischen Bestimmungsgrößen wurden hierbei festgehalten. Physikalisch entspricht einer größeren Diffusionslänge eine geringere Rekombination in der Modelanreicherungsschicht. Die Rekombinationsfähigkeit der Oberfläche kann durch verschiedene Oberflächenbehandlung in definierter Weise beeinflußt werden. Wegen der grundsätzlichen Bedeutung der Oberflächeneinflüsse auf den Diodenstrom ist in Abb. 5 der gesamte Sperrstrom in Abhängigkeit von der Diffusionslänge L_{ob} der Anreicherungsschicht aufgetragen. Die Kurve zeigt den Verlauf bei einer willkürlich herausgegriffenen Sperrspannung von $U = -40 \text{ mV}$. Alle übrigen Bestimmungsgrößen sind die gleichen wie in Abb. 3 und 4. Mit zunehmender Diffusionslänge des Oberflächenstromes wird der Betrag des Sperrstromes kleiner. Dieser Sachverhalt steht in Analogie zur konventionellen Theorie des pn -Überganges. Von praktischer physikalischer Bedeutung ist jedoch, daß sich der Sperrstrom außerordentlich vergrößert, wenn die effektive Diffusionslänge in der Anreicherungsschicht wesentlich kleiner als im Kristallinneren wird. Es läßt sich also bei sonst gleichbleibenden Bedingungen ein möglichst kleiner Sperrstrom erzielen, indem man durch entsprechende Oberflächenbehandlung die Rekombinationsfähigkeit der Oberfläche wirksam herabsetzt und hierdurch die Diffusionslänge L_{ob} hinreichend groß macht.

Einfluß der Formierung auf den Diodenstrom

Bei der Herstellung von Spitzenkontaktgleichrichtern aus n -leitendem Germanium spielt während der Formierung die Stärke und Zeitdauer des Strompulses eine wichtige Rolle. Der Einfluß des Formierungsprozesses auf die Struktur des Halbleiters in der Nähe der Metallspitze hat verschiedene physikalische Folgen. Von all diesen Effekten sind jedoch zwei hinsichtlich ihrer Wirkung auf die Diodenkennlinie von besonderer Bedeutung, nämlich die Erzeugung einer relativ hohen Leitfähigkeit vom p -Typ innerhalb der kugelförmigen Zone und die geometrische Größe des formierten Bereiches. Eine Änderung des Radius r_1 durch verschieden starke Formierung beeinflusst sowohl den Volumen- als auch den Oberflächenstrom der Diode entsprechend der Zunahme der jeweiligen Austrittsflächen. In Abb. 6 ist der Oberflächen-, Volumen- und Gesamtstrom für einen vergrößerten Radius $r_1 = 50 \mu$ gegenüber $r_1 = 25 \mu$ in Abb. 3 dargestellt. Alle anderen Bestimmungsgrößen werden nicht verändert. Der Volumensättigungsstrom I_{svol} im Beispiel der Abb. 6 den Wert $I_{svol} = 0,16 \mu A$. In der graphischen Darstellung ist beim Vergleich mit Abb. 3 ersichtlich, wie die beiden Stromanteile mit wachsendem r_1 zunehmen, so daß auch der Gesamtstrom mit r_1 wächst. Wesentlicher noch als die Vergrößerung der Größe des Diodenstromes ist jedoch, wie aus Abb. 3 und Abb. 6 zu ersehen, die Änderung der Gestalt der Strom-Spannungskennlinie durch den Einfluß der Formierung auf die geometrische Struktur des Spitzenkontaktes.

Analyse experimenteller Kurven

An Hand theoretisch ermittelter Strom-Spannungskennlinien sollen jetzt experimentelle Kurven untersucht werden, die an Spitzendioden gemessen wurden. Bei standen die experimentellen Voraussetzungen im Einklang mit den Grundannahmen der in den Abschnitten [1] bis [5] ausgeführten theoretischen Konzeption.

In Abb. 7 sind zunächst zwei gemessene Strom-Spannungskennlinien durch Meßpunkte dargestellt. Die berechnete Kurve für den Gesamtstrom I_{ges} ist als ausgezogene Linie aufgetragen. Hierzu wurden folgende Modellannahmen im Einklang mit den experimentell bekannten Daten gemacht: Dotierung $n_D = 0,8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, Diffusionslänge für den Volumenstrom $L_{vol} = 400 \mu$, äußerer Radius des n -leitenden Kristalls $r_2 = 800 \mu$. Außerdem wurden zur Anpassung der theoretischen Kurve an die gemessenen folgenden Bestimmungsgrößen für das Modell gewählt: Randfeldstärke $E_R = 0,8 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$, diesem Wert entspricht bei Germanium eine elektrische Flächenladungsdichte an der Kristalloberfläche von 10^{11} Elementarladungen pro cm^2 , was größenordnungsmäßig auch von anderen Autoren ermittelt wurde [16]. Für die Anpassung der theoretischen Kennlinie an die gemessene wurde als effektive Diffusionslänge des Oberflächenstromes in der Anreicherungsschicht der Wert $L_{ob} = 320 \mu$ benutzt; dieser Wert ist kleiner als im Inneren des Kristalls, um den im vorerwähnten randnahen Verhältnissen Rechnung getragen. Die Beweglichkeit der Ladungsträger in der Anreicherungsschicht wurde entsprechend den Schrieffer'schen Untersuchungen gegenüber dem Inneren um

$\frac{2}{3}$ verringert [15]. Als Radius der Formierhalbkugel wurde $r_1 = 20 \mu$ angenommen. Dies stimmt mit den Ergebnissen von THEDECK [13] überein und ist außer-

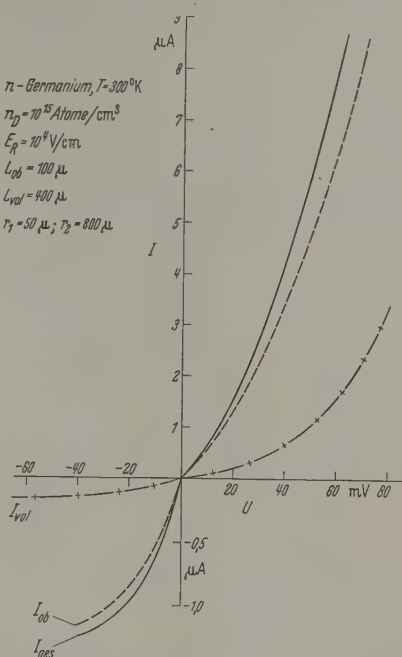


Abb. 6. Berechneter Volumen-Oberflächen- und Gesamtdiodenstrom in Abhängigkeit von der angelegten Spannung eines Spitzengleichrichters

dem durch unveröffentlichtes Erfahrungsmaterial, das dem Verfassern freundlichst aus dem engeren Kollegenkreis zur Verfügung gestellt wurde, in befriedigender

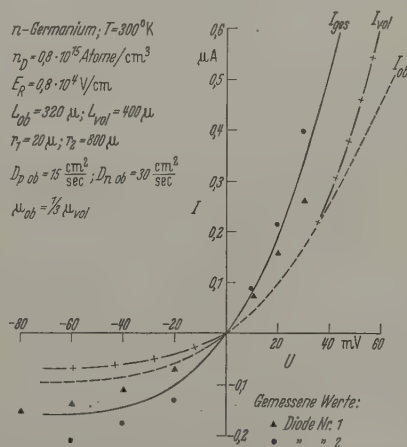


Abb. 7. Berechneter Volumen-Oberflächen- und Gesamtdiodenstrom in Abhängigkeit von der angelegten Spannung im Vergleich zu gemessenen Spitzengleichrichterkennlinien

Weise belegt. Außer der theoretischen Kurve für den Gesamtstrom sind in Abb. 7 die berechneten Kennlinien des zugehörigen Volumen- und Oberflächenstromes dargestellt.

Wie aus der graphischen Darstellung hervorgeht, ergibt sich im Durchlaßbereich, soweit die Messung durchgeführt wurde, und im Sperrbereich bis etwa

50 mV, eine befriedigende Übereinstimmung der theoretischen mit den gemessenen Kurven. Für größere Sperrspannungen weichen die theoretischen und experimentellen Kurven etwas voneinander ab. Der gemessene Strom nimmt dann stärker zu als der theoretisch ermittelte. BENEKING [14] hat nachgewiesen, daß bei Berücksichtigung der Spannungsabhängigkeit der Sperrschichtdicke des halbkugelförmigen pn -Überganges der Sperrstrom mit wachsender Spannung steigt. In den der vorliegenden Arbeit zugrunde liegenden Berechnungen ist dieser Effekt des Volumenstromes aus Gründen der Vereinfachung des Modells nicht berücksichtigt worden. Es liegt

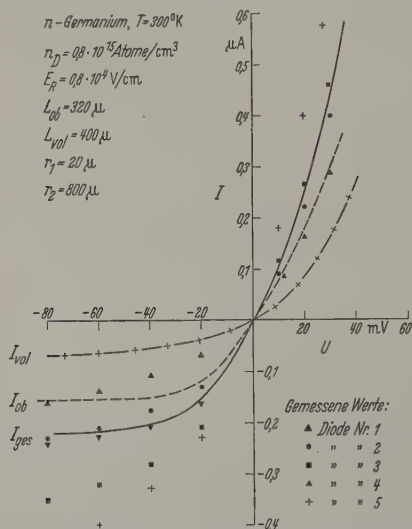


Abb. 8. Berechneter Volumen-, Oberflächen- und Gesamtdiodenstrom in Abhängigkeit von der angelegten Spannung im Vergleich zu einem experimentellen Kennlinienfeld

jedoch nahe, für den zunehmenden Anstieg des Sperrstromes noch eine Reihe anderer physikalischer Gründe in Betracht zu ziehen. Beispielsweise ist es denkbar, daß die zunehmende äußere Sperrspannung die wirklichen Bedingungen an der Kristalloberfläche stärker modifiziert als es den verwendeten theoretischen Voraussetzungen des Modells entspricht und dadurch den Oberflächenstrom beeinflusst.

Es soll noch bemerkt werden, daß zur Angleichung der berechneten an die gemessenen Kurven bereits ein relativ kleiner Radius $r_1 = 20 \mu$ des formierten Halbkugelgebietes ausreicht. Würde man den gemessenen Gesamtstrom allein durch den Volumenstrom beschreiben, so müßten hierbei Werte r_1 von etwa 50μ bis 100μ verwendet werden.

Durch Berücksichtigung des Oberflächenstromes wird außerdem noch eine Schwierigkeit hinsichtlich der Temperatur des Spitzenkontaktes beseitigt. Die gemessenen Kurven liefern bei einer Beschreibung durch den Volumenstrom im Rahmen der Shockleyschen Theorie des pn -Überganges [s. Anhang Formel (7)], auch bei Berücksichtigung der Formfaktoren in der Arbeit [1] häufig einen zu kleinen Parameter $\alpha = q/kT$. Für die in Abb. 7 gemessenen Kurven 1 und 2 ergibt sich ohne Berücksichtigung des Oberflächenstromes ein Wert von $\alpha = 35$ bzw. 32 V^{-1} . Dies würde Temperaturen vortäuschen, die weit über

der Zimmertemperatur liegen. Bei 300°K beträgt jedoch der Parameter $\alpha = 38,6 \text{ V}^{-1}$. Durch die Existenz des Oberflächenstromes werden diese physikalischen Schwierigkeiten beseitigt. In Abb. 7 wurde bei der Angleichung an die gemessenen Kurven für den Volumenstrom der Wert $\alpha = 38,6 \text{ V}^{-1}$ verwendet entsprechend der wirklichen Temperatur (300°K des pn -Überganges). Eine den Werten $\alpha = 35$ bzw. 32 V^{-1} entsprechende Temperaturüberhöhung ist bei den vorliegenden physikalischen Verhältnissen im gegebenen Spannungsbereich unmöglich.

Dieser gesamte Sachverhalt darf als ein entscheidendes Argument für die Existenz und den Einfluß des Oberflächenstromes auf die Strom-Spannungsverhältnisse formierter Spitzenkontaktgleichrichter angesehen werden.

Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit einer gemessenen Kennlinienschar

Bei dem bisherigen Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Ergebnissen sind zur Demonstration des Oberflächeneinflusses nur zwei gemessene Diodenkennlinien betrachtet worden. Jetzt soll eine gemessene Kennlinienschar zur Analyse herangezogen werden. Die hierbei verwendeten Spitzenkontaktgleichrichter sind alle aus dem gleichen Kristall mit einer Donatorenkonzentration von $0,8 \cdot 10^{15} \text{ Atome/cm}^3$ hergestellt ($L_{vol} = 400 \mu$), und sie wurden von der Herstellung bis zur Messung in jeder Hinsicht streng den gleichen äußeren Bedingungen ausgesetzt. Die Daten für den bei allen Exemplaren unter gleichen Bedingungen ablaufenden Formierungsprozeß sind bereits oben mitgeteilt worden. Bemerkenswert ist, daß trotz dieser sorgfältig beachtete Gleichheit der äußeren Bedingungen keine der gemessenen Kennlinien in Strenge einer anderen gleicht. Dieser Sachverhalt demonstriert ein bekanntes Phänomen, das für die Produktion von Halbleiterbauelementen von großer Bedeutung ist. Sowohl die phänomenologischen Zustandsgrößen, die den Herstellungsprozeß des Bauelements kennzeichnen, als auch die physikalischen Bestimmungsgrößen des fertigen Elements reichen nicht aus, um die elektrischen Eigenschaften eindeutig zu definieren. Jeder Kristall un- insbesondere jedes Halbleiterbauelement besitzt eine gewisse Individualität, die für differenziertere Zwecke erst genau bestimmt werden muß und die vor allem durch Oberflächeneinflüsse hervorgerufen wird. Diese Einflüsse werden sich bei einem Exemplar um so stärker bemerkbar machen, je mehr der Mechanismus des Oberflächenstromes an der gesamten Strombilanz beteiligt ist. Bei Spitzenkontaktgleichrichtern spielt wie eingangs schon ausgeführt, infolge der geometrischen Anordnung der Oberflächenstrom im Vergleich zu anderen Arten von Bauelementen eine besondere entscheidende Rolle. Die Analyse der Kennlinie durch Vergleiche mit berechneten Strom-Spannungskurven läßt eine planmäßige Beeinflussung der Kennlinienform durch entsprechende Wahl der wesentlichen Bestimmungsgrößen in den Bereich der Möglichkeiten treten.

In Abb. 8 ist die gemessene Kennlinienschar dargestellt. Die Kurven sind nach den verwendeten Dioden numeriert. Daß hier nur fünf Kennlinien aus- gezeichnet sind, hat nur den Grund besserer Übersichtlichkeit. Die gewählten Kurven repräsentieren

ne größere Anzahl ähnlicher Kurven innerhalb des streubereiches. Zum Vergleich ist in die geessene Kurvenschar eine berechnete Kennlinie von eigneter Form aufgenommen worden, deren Bemessungsgrößen im Sinne einer Approximation Mittelwerte der entsprechenden Parameter der geessenen Dioden darstellen. Diese theoretische Kennlinie wurde mit Ausnahme der Beweglichkeit der Ladungsträger mit den gleichen Daten wie in Abb. 7 rechnet. Die Beweglichkeit der Ladungsträger wurde in Abb. 8 im Vergleich zu den Werten im Halbleiterinneren nicht geändert. Der Wert der Randfeldstärke ist etwas kleiner als in den theoretischen Beispielen. Die Bedingungen der starken Inversion [3] sind jedoch erfüllt.

Aus dem Vergleich mit den oben bereits diskutierten theoretischen Kurven ist zu ersehen, daß der Volumenstrom in Abb. 8 jetzt relativ mehr zum Gesamtstrom beiträgt. Der Grund hierfür ist, daß in Folge der kleiner gewordenen elektrischen Flächenladungsdichte an der Halbleiteroberfläche der Beitrag des Oberflächenstromes in der Strombilanz geringer worden ist. Außerdem wächst der Volumenstrom mit zunehmendem Radius r_1 stärker als der Oberflächenstrom. Bemerkenswert ist ein charakteristischer Unterschied der Kennliniengestalt zwischen den theoretischen und gemessenen Kurven im Sperrbereich. Der Grund hierfür liegt wahrscheinlich darin, daß die elektrische Flächenladungsdichte auf der Halbleiteroberfläche in der Umgebung der Metallspitze durch die angelegte Spannung kontinuierlich modifiziert wird. In der Arbeit [4] wurde gezeigt, daß eine merkliche Veränderung der elektrischen Oberflächenladung erst bei Sperrspannungen größer als 50 mV zu erwarten ist. Die vorliegenden experimentellen Kurven scheinen zu zeigen, daß die Steuerung des Oberflächenstromes im Sperrbereich durch Variation der Oberflächeneigenschaften bereits bei kleineren Spannungen einsetzt und kontinuierlich zunimmt, was vermutlich als eine wesentliche Ursache für das charakteristische Anwachsen des Sperrstromes anzunehmen ist. Der theoretische Kurvenverlauf wurde zunächst unter der Voraussetzung ermittelt, daß bei den hier vorliegenden äußeren Belastungen eine Modifikation der Oberflächenverhältnisse infolge der angelegten Spannung vernachlässigt werden kann. Der von BENEKING [14] diskutierte Einfluß der spannungsabhängigen Ausdehnung der Inversionszone des formierten Halbkugelgebietes tendiert ebenfalls im Sinne des gemessenen Kurvenverlaufes. Ein möglicher Einfluß auf den Kennlinienverlauf durch eine Modifikation der Bahnwindstandes des Volumenstromes infolge der stärkeren Trägerinjektion kommt in dem vorliegenden Strom-Spannungsbereich im Vergleich zu den erwarteten Oberflächeneffekten kaum in Betracht.

In Abb. 9 sind in das durch Meßpunkte angezeigte Kennlinienfeld vier theoretische Strom-Spannungskennlinien des Gesamtstromes eingetragen. Der Vergleich zwischen den theoretischen und gemessenen Kurven zeigt, in welcher Weise die Streuung der gemessenen Kennlinien durch Variation der verfügbaren Parameter beispielsweise zustande kommen kann. Bei den gemessenen Kurven sind folgende Parameter bekannt: n -Germanium mit einer Dotierung $n_D = 0 \cdot 10^{15}$ Atome/cm³, $T = 300^\circ \text{K}$, $L_{\text{vol}} = 400 \mu$, $r_2 = 80 \mu$. Diese Werte wurden auch in den theoretischen

Kennlinien zugrunde gelegt. Für die noch verfügbaren Parameter wurden die in Abb. 9 angegebenen, im Bereich der Erfahrung liegenden Annahmen gemacht.

Bei Kurve d wurde die Beweglichkeit der Ladungsträger in der Anreicherungsschicht der Oberfläche gegenüber a , b und c um $2/3$ des konventionellen Wertes bei Germanium vermindert. In den Kurven a , b und c wurde für die Beweglichkeit in der Anreicherungsschicht näherungsweise der konventionelle Wert des Halbleiterinneren verwendet. Eine Modifikation der Beweglichkeit bei gleichbleibender Diffusionslänge entspricht einer Änderung der mittleren Lebensdauer der Ladungsträger. Da in der Anreicherungsschicht

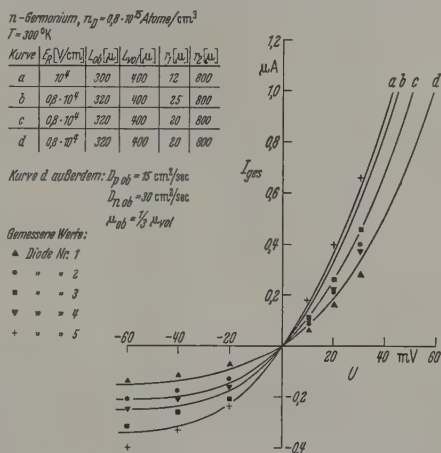


Abb. 9. Theoretische Kennlinien mit verschiedenen Parametern im Vergleich zu einem durch Meßpunkte dargestellten experimentellen Kennlinienfeld

gemäß Formel (11) des Anhanges neben dem Diffusionseffekt des Stromes auch ein Feldanteil eine wesentliche Rolle spielt, ist in dem betrachteten Beispiel der Einfluß der Beweglichkeit von Interesse.

Hinsichtlich des Einflusses der physikalischen Parameter auf die Kennlinien lassen sich allgemein folgende Gesetzmäßigkeiten erkennen. Der Oberflächenstrom und damit auch der Gesamtstrom wächst im Fluß- und Sperrgebiet, wenn die Randfeldstärke E_R bzw. die elektrische Flächenladungsdichte im unbelasteten Gleichgewichtszustand an der Oberfläche erhöht, oder der Radius r_1 vergrößert, oder die Oberflächendiffusionslänge in der Anreicherungsschicht L_{ob} verringert wird. Die übrigen Parameter sind hierbei festzuhalten. Eine Vergrößerung des Radius r_1 bedeutet gleichzeitig eine Zunahme des Volumenstromanteils. Eine Verringerung der Beweglichkeit in der Anreicherungsschicht der Oberfläche hat außerdem eine Verkleinerung der Oberflächenleitfähigkeit und somit auch des Oberflächenstromes zur Folge. Man sieht hieraus deutlich, wie sich der Einfluß der Oberflächenverhältnisse auf das gesamte elektrische Verhalten der Spitzenkristallgleichrichter bemerkbar macht.

In den vorliegenden Beispielen sind nur Oberflächenströme betrachtet worden, die sich auf Grund starker Inversion [3] ergeben. Entsprechende Betrachtungen lassen sich aber auch für den Fall schwacher Inversion [3] durchführen. Es ist sogar wahrscheinlich, daß bei Spitzendioden, die unter gleichen

äußeren Bedingungen hergestellt wurden, beide Fälle und dazwischenliegende Übergänge vorkommen. So kann man beispielsweise in Abb. 9 die durch dreieckige Meßpunkte (Diode Nr. 1) angedeutete experi-

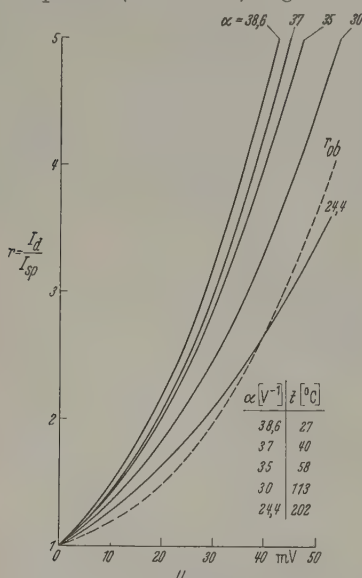


Abb. 10. Theoretische Richtverhältnisse als Funktion der Spannung bei verschiedenen Temperaturen. Ausgezogene Kurven für Volumenstrom, gestrichelte Kurven für Oberflächenstrom

mentelle Kurve unter Beibehaltung aller übrigen Halbleiterparameter durch die Existenz schwacher Inversion der Oberflächeninversionsschicht erklären.

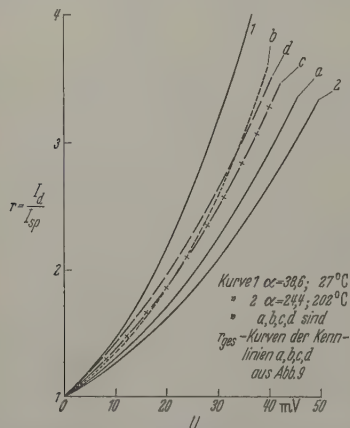


Abb. 11. Richtverhältnis in Abhängigkeit von der Spannung. Kurve 1 und 2 ohne, Kurve a, b, c und d mit Berücksichtigung des Oberflächenstromes

Zur Frage des Richtverhältnisses

Wird die Kennlinie eines Spitzenkristallgleichrichters ohne Berücksichtigung des Oberflächenstromes nur durch den über das formierte Halbkugelgebiet fließenden Volumenstrom erzeugt, so ist das von der Spannung U abhängige Richtverhältnis r im Rahmen der Shockleyschen Theorie durch den Parameter $\alpha = q/kT$ eindeutig bestimmt

$$r_{vol} = \frac{I_{dvol}}{I_{spvol}} = e^{\alpha U} \quad (1)$$

Im Anhang sind in Formel (7) bis (10) die hier einzusetzenden analytischen Ausdrücke für den Volumen-Durchlaßstrom I_{dvol} und den Volumen-Sperrstrom I_{spvol} angegeben. Das Richtverhältnis variiert demzufolge bei vorgegebener Spannung nur mit der Temperatur. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 10 dargestellt. In Abhängigkeit von der Spannung U ist hier das Richtverhältnis bei verschiedenen α -Werten aufgetragen. Die den Parameterwerten α zugehörigen Temperaturen sind jeweils bei den einzelnen Kurven eingetragen. Mit abnehmendem α wächst die Temperatur. Bei einer Zimmertemperatur von $27^{\circ}C$ hat α den Wert 38,6. Die zugehörige Richtverhältniskurve hat in diesem Fall, wo die Temperatur der Diode mit der Umgebungstemperatur übereinstimmt, unter gewöhnlichen experimentellen Umständen den größten α -Wert und demzufolge die günstigsten Richtverhältniswerte. Diese der Zimmertemperatur entsprechende Kurve begrenzt die Kurvenschar der Abb. 10 nach oben. Ermittelt man aus experimentellen Kennlinien von Spitzenkristallgleichrichtern die zugehörigen Kurven des Richtverhältnisses und trägt diese in die Kurvenschar der Abb. 10 ein, so zeigt sich, daß die gemessenen Kennlinien α -Werte aufweisen, die zum Teil beträchtlich kleiner sind als 38,6. Den experimentellen Kennlinien müßten demzufolge Diodentemperaturen zugeordnet werden, die im allgemeinen wesentlich höher sind als die in Wirklichkeit existierende Temperatur.

Bei den in der vorliegenden Arbeit verwendeten experimentellen Kurven sind die aus den abgelesenen α -Werten entnommenen relativ hohen Temperaturen mit Sicherheit nicht mit den vorherrschenden Verhältnissen geringer Belastungen zu vereinbaren. H. A. BETHE erklärte die kleinen experimentellen α -Werte durch eine Superposition von Kennlinien einzelner Gleichrichterelemente [17]. Die den gemessenen Kurven zugeordneten niederen α -Werte bzw. die entsprechenden Übertemperaturen werden offensichtlich durch einen zusätzlichen Effekt vorgetäuscht, der im Rahmen der für den Volumenstrom gültigen Theorie des pn -Überganges nicht explizit enthalten ist.

Es läßt sich zeigen, daß sich bei Berücksichtigung des Oberflächenstromes diese Schwierigkeiten grundsätzlich nicht ergeben. Der in (1) nicht erfaßte Effekt kann durch den Oberflächenstrom eine befriedigende Erklärung finden. In Abb. 10 ist in die Kurvenschar eine gestrichelte Kurve eingezeichnet. Diese kann näherungsweise mit einer Kurve der Schar verglichen werden, der gemäß (1) eine Temperatur von $202^{\circ}C$ zugeordnet werden müßte. Diese gestrichelte Kurve beschreibt den Verlauf des Richtverhältnisses einer Kennlinie des Oberflächenstromes, die mit plausiblen physikalischen Größen nach der im Anhang angegebenen Formel (11) der Kennlinie des Oberflächenstromes berechnet wurde. Wesentlich hierbei ist, daß dieser gestrichelten Kurve nicht eine scheinbare Temperatur von $202^{\circ}C$, sondern eine den wirklichen Verhältnissen entsprechende von $27^{\circ}C$ zuzuschreiben ist. Dieses Beispiel zeigt wieder, das experimentelle Strom-Spannungskennlinien sich grundsätzlich durch einen Beitrag des Oberflächenstromes zum Gesamtstrom der Spitzendiode beschreiben lassen.

In Abb. 11 wird nunmehr gezeigt, daß der Verlauf empirischer Kennlinien in Wirklichkeit nicht auf einer Übertemperatur, sondern auf einer Gesamtheit

glicher Mischungen von Volumen- und Oberflächenströmen beruht. Die Kurven 1 und 2 stellen den Verlauf von Richtverhältnissen mit der Spannung gemäß Formel (1) dar. Die Kurve 1 hat einen α -Wert von 38,6, was einer Temperatur von 300° K entspricht, während bei Kurve 2 der Parameter α den Wert 24,4 besitzt. (Dies würde eine scheinbare Diodentemperatur von 474° K bedeuten.) Zwischen diesen beiden Kurven 1 und 2 sind Richtverhältniskurven a , b , c und d aufgetragen, die den entsprechend bezeichneten Kennlinien der Abb. 9 zugehörig sind. Hierbei handelt es sich um theoretisch berechnete Kennlinien mit der Diodentemperatur $T=300^\circ\text{K}$, die gemäß dem oben erläuterten Modell aus Volumen- und Oberflächenstromanteilen resultieren. Nach Abb. 9 beschreiben diese theoretischen Kennlinien in befriedigender Weise eine Schar von gemessenen Strom-Spannungscharakteristiken. Wenn die theoretischen Kennlinien mit bestimmten physikalischen Bestimmungsgrößen, die weitgehend mit der Erfahrung über die Halbleiteroberfläche in Einklang sind, eine gute Anpassung an den gemessenen Kennlinienverlauf ergeben, so darf man annehmen, daß diese Bestimmungsgrößen den wirklichen Verhältnissen in ausreichender Näherung entsprechen werden. In diesem Sinne repräsentieren die theoretischen Kurven a , b , c und d wohl in Abb. 9 als auch in Abb. 11 einen realen physikalischen Sachverhalt, der mit dem Experiment weitgehend übereinstimmt.

Es sei an dieser Stelle bemerkt, daß der über den halbkugelförmigen pn -Übergang fließende Volumenstrom bei Berücksichtigung der Rekombination und der Ausbildung im Inneren der raumladungsbehafteten Übergangszone durch einen Rekombinationsstrom vergrößert wird. Bei dem von uns zugrunde gelegten Modell gemäß Abb. 2 wurde dieser möglicherweise vorhandene Anteil des Volumenstromes in Gestalt eines zusätzlichen Rekombinationsstromes absichtlich nicht in Betracht gezogen. Hierfür waren mehrere Gründe ausschlaggebend. Erstens ist die durch einen Rekombinationsstromanteil bedingte Vergrößerung des Volumenstromes relativ klein und erreicht den Faktor 2 im allgemeinen nicht, während der Oberflächenstromanteil jedoch, wie Abb. 3, 4 und 6 zeigen, ein hundert- oder Vielfaches des mit r_1 bestimmten Volumenstromes sein kann. Zweitens sind praktisch die Parameter des Rekombinationsmechanismus in der Übergangszone des halbkugelförmigen pn -Überganges bei solchen Dioden nicht bekannt, so daß man die als freier, unbekannter Parameter des Modells hierdurch vergrößern würde. Der entscheidende Grund für die Vernachlässigung modifizierender Nebeneffekte ist jedoch die Tatsache, daß insbesondere bei Spitzkontaktgleichrichtern der Oberflächenstrom ein experimentell bewiesene Realität besitzt und die richtigen physikalischen Verhältnisse in den wesentlichen Grundzügen richtig beschreibt.

Es ist im Prinzip möglich, bei einer gemessenen Strom-Spannungskennlinie den Anteil des Oberflächenstromes vom Volumenstrom zu separieren und das Verhältnis dieser beiden Anteile zu bestimmen. Eine Kenntnis der die Struktur der Oberflächeninversionsschicht bestimmenden Parameter ist dabei allerdings erforderlich. Zum Verständnis der dieser Frage wesentlichen Gesetzmäßigkeiten gehen wir davon aus, daß der in Abhängigkeit von der Span-

nung gemessene Gesamtstrom der Spitzendiode aus einer Superposition von Volumen- und Oberflächenstrom resultiert. Für den Durchlaß- und Sperrfall gilt somit

$$I_{dges} = I_{dvol} + I_{dob}, \quad (2a)$$

$$I_{spges} = I_{spvol} + I_{spob}. \quad (2b)$$

Hieraus ergibt sich das Richtverhältnis des Gesamtstromes

$$r_{ges} = \frac{I_{dges}}{I_{spges}} = \frac{I_{dvol}}{I_{spvol}} + \frac{I_{dob}}{I_{spob}}. \quad (3)$$

Führt man auf der rechten Seite der Gl. (3) im Nenner den Ausdruck (2b) ein, so kann man (3) auch in der Form schreiben

$$r_{ges} = a r_{vol} + (1 - a) r_{ob}, \quad (4)$$

wobei r_{vol} und r_{ob} jeweils die Richtverhältnisse des Volumenstromes und des Oberflächenstromes sind

$$r_{vol} = \frac{I_{dvol}}{I_{spvol}}; \quad r_{ob} = \frac{I_{dob}}{I_{spob}} \quad (5)$$

und sich der Faktor a bzw. $(1 - a)$ wie folgt berechnet

$$a = \frac{1}{1 + \frac{I_{spob}}{I_{spvol}}}; \quad (1 - a) = \frac{1}{1 + \frac{I_{spvol}}{I_{spob}}}. \quad (6)$$

Das Richtverhältnis des Gesamtstromes ergibt sich demzufolge gemäß (4) aus den beiden Richtverhältnissen des Volumenstromes r_{vol} und des Oberflächenstromes r_{ob} sowie aus dem Mischfaktor a , der eine Funktion (6) des Quotienten des Oberflächenstromes zum Volumenstrom im Sperrbereich ist. Nach unserem Modell des Spitzkontaktgleichrichters Abb. 2 fließt der Volumenstrom über den halbkugelförmigen pn -Übergang. Das Richtverhältnis r_{vol} des Volumenstromes ist deshalb gemäß Formel (1) durch den Parameter α bzw. durch die Temperatur eindeutig bestimmt und hängt nicht von den physikalischen Bestimmungsgrößen des halbkugelförmigen pn -Überganges ab. Bei dem Richtverhältnis r_{ob} des Oberflächenstromes ist dies jedoch anders. Der Kürze halber sei hier lediglich als Ergebnis mitgeteilt, was sich an den berechneten Kennlinien des Oberflächenstromes verifizieren läßt. Das Richtverhältnis r_{ob} wird von dem Verhältnis r_1/L des Radius r_1 zur effektiven Diffusionslänge L in der Anreicherungsschicht der Oberfläche nur schwach modifiziert. Das Richtverhältnis r_{ob} wird jedoch bestimmt durch die Temperatur T , durch die Dotierung des Halbleiters n_D , die elektrische Oberflächenbelegung, d.h. durch die Randfeldstärke E_R und durch die effektive Beweglichkeit in der Anreicherungsschicht.

Wenn die elektrische Oberflächenladungsdichte für die Halbleiteroberfläche des verwendeten Materials bekannt ist, so läßt sich bei vorgegebener Temperatur und Dotierung sowie bei Veranschlagung einer effektiven Beweglichkeit gemäß Gl. (4) das Richtverhältnis des Gesamtstromes in die Richtverhältnisanteile des Volumen- und Oberflächenstromes zerlegen und als Funktion der Spannung angeben. Als charakteristischer Parameter tritt hierbei der Mischfaktor a in (4) auf, der durch (6) definiert ist. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 12 demonstriert. Es wurden als Beispiel folgende, im Bereich der Erfahrung konventionelle

Bestimmungsgrößen gewählt: n -leitendes Germanium mit einer Dotierungskonzentration $n_D = 10^{15}$ Atome/cm³, Randfeldstärke $E_R = 10^4$ V/cm entsprechend einer

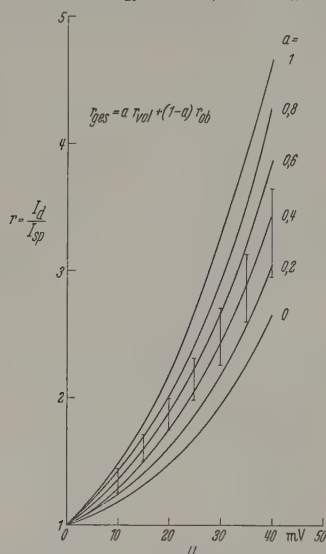


Abb. 12. Richtverhältnisse in Abhängigkeit von der Spannung für verschiedene Anteile des Oberflächenstromes am Gesamtstrom

Oberflächenladungsdichte von 10^{11} Elementarladungen pro cm², die effektive Beweglichkeit der Ladungsträger in der Anreicherungsschicht näherungsweise von gleicher Größe wie im Inneren des Germaniums, Temperatur $T = 300^\circ$ K. Die beispielsweise mit diesen Werten bestimmten Richtverhältnisse r_{vol} und r_{ob} wurden in Abb. 12 gemäß (4) zur Konstruktion des

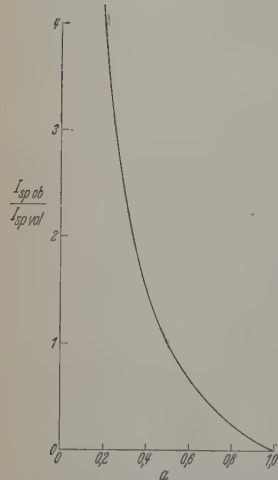


Abb. 13. Mischfaktor a in Abhängigkeit vom Verhältnis des Oberflächen- zum Volumenstrom

Gesamtrichtverhältnisses als Funktion der Spannung bei verschiedenen Mischfaktoren a als Scharparameter verwendet. Aus dem Diagramm der Abb. 13 kann nach (6) für jeden vorkommenden Wert a das entsprechende Verhältnis zwischen Oberflächen- und Volumenstrom abgelesen werden. Die in die Kurvenschar der Abb. 12 eingezeichneten senkrechten Striche kennzeichnen einen Bereich, der den Verlauf der Richtverhältnisse, die den in Abb. 9 dargestellten, gemessenen sowie theoretisch beschriebenen Kennlinien entsprechen. Die der Kurvenschar der Abb. 12 zugrunde liegenden physikalischen Bestimmungsgrößen sind zahlenmäßig in Einklang mit den physikalischen Verhältnissen der Kennlinien in Abb. 9. Deshalb lassen sich mit Hilfe des Diagramms der Abb. 13 die Mischverhältnisse der Stromanteile für diese empirischen Kennlinien ablesen, nachdem aus Abb. 12 die a -Werte ermittelt wurden. Aus der Abb. 12

läßt sich erkennen, daß für die empirischen Kurven der Abb. 9 der mittlere Wert des Mischfaktors a mit wachsender Spannung abnimmt. Bei relativ kleinen Spannungen des Diagramms (10 mV) liegt der Wert von a zwischen 0,2 und 0,8, während er bei 40 mV zwischen 0,2 und 0,4 liegt. Wenn diesen Zahlenwerte auch keine allgemeine Bedeutung zukommt, so ist doch der hierin zum Ausdruck kommende Sachverhalt von grundsätzlichem Interesse, daß bei einer wirklichen Diode das Mischverhältnis zwischen Oberflächen- und Volumenstrom mit der Spannung veränderlich sein kann. Diese Änderung deutet darauf hin, daß die mit der Spannung unabhängige vorgegebene Parameter der Kristalls oder der Oberfläche modifiziert werden, was in der theoretischen Konzeption in erster Näherung vernachlässigt wurde. Die Richtverhältniskurve stellt definitionsgemäß eine reduzierte Kennlinie dar. Eine Variation des Parameters a mit der Spannung bedeutet, daß der physikalische Einfluß des Oberflächenstromes auf die elektrischen Eigenschaften der Diode in Fluß- und Sperrrichtung unterschiedlich ist. Das Beispiel zeigt, daß sich die Bestimmungsgrößen der Oberflächeninversionsschicht im Fluß- und Sperrbereich im allgemeinen verschieden auf die Gestalt der Kennlinie auswirken können.

Bei den hier verwendeten gemessenen Kennlinien der Abb. 9 haben wir das Verhältnis zwischen Oberflächen- und Volumenstrom bereits weiter oben bei der Anpassung der berechneten Kennlinien an die empirischen festgestellt. In Abb. 12 und 13 wird jedoch unabhängig von diesem Umstand in Allgemeinheit eine Methode gezeigt, nach der im Prinzip eine Analyse empirischer Kennlinien durchgeführt werden kann, wenn die notwendigen oben angegebenen Bestimmungsgrößen des Halbleiters und seiner Oberfläche bekannt sind. In Verbindung mit einer Bestimmung dieser physikalischen Parameter durch andere Meßmethoden könnte im Prinzip auf eine solche Weise umgekehrt aus dem Verhältnis zwischen Oberflächen- und Volumenstrom der Einfluß eines bestimmten Oberflächenparameters auf das elektrische Verhalten der Diode ermittelt werden.

Anhang

Die in der vorliegenden Untersuchung verwendeten theoretischen Ergebnisse sind in den Arbeiten [1] bis [5] ausführlich mitgeteilt und diskutiert worden. Zur Zwecke einer besseren Übersicht soll im folgenden eine kurze Zusammenstellung der in der vorliegenden Arbeit benötigten Formeln gegeben werden.

Volumenstrom [1]:

$$I_{vol} = 2\pi r_1^2 i_{s,vol} (e^{\frac{q}{kT}U} - 1) \quad (7)$$

mit der Sättigungsstromdichte:

$$i_{s,vol} = q \left(\frac{D_n n_p}{L_n vol} K_n + \frac{D_p p_n}{L_p vol} K_p \right) \quad (8)$$

und mit den Formfaktoren [1]:

$$K_n = \frac{1}{r_1 / L_n vol} \cdot \frac{\left(\frac{r_1}{L_n vol} - 1 \right) \exp \left[\frac{r_1}{L_n vol} \left(1 - \frac{2r_0}{r_1} \right) \right] + \exp \left[\frac{r_1}{L_n vol} \left(1 - \frac{2r_0}{r_1} \right) \right] - \left(\frac{r_1}{L_n vol} + 1 \right) \exp \left[-\frac{r_1}{L_n vol} \right] - \exp \left[-\frac{r_1}{L_n vol} \right]}{\quad} \quad (9)$$

$$p = \frac{1}{r_1/L_{p\text{vol}}} \cdot \frac{\left(\frac{r_1}{L_{p\text{vol}}} - 1\right) \exp\left[-\frac{r_1}{L_{p\text{vol}}} \left(\frac{2r_2}{r_1} - 1\right)\right] + \exp\left[-\frac{r_1}{L_{p\text{vol}}} \left(\frac{2r_2}{r_1} - 1\right)\right]}{\left(\frac{r_1}{L_{p\text{vol}}} + 1\right) \exp\left[-\frac{r_1}{L_{p\text{vol}}} \left(\frac{2r_2}{r_1} - 1\right)\right] - \exp\left[-\frac{r_1}{L_{p\text{vol}}}\right]} \quad (10)$$

Oberflächenstrom [2] und [4]: (Der Index (1) bedeutet Abhängigkeit vom äußeren Potential $\varphi_{(1)} = \frac{qU}{kT}$ an der Stelle $r = r_1$).

$$j = 2\pi q x_{(1)}^* \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}\right)_{(1)} \times \left\{ \left[\mu_p \bar{p}_0 + (\mu_n + \mu_p) \delta \bar{p}_{(1)} \right] \left(-\frac{\partial U}{\partial \bar{p}} \right)_{(1)} + (D_n - D_p) \right\} \quad (11)$$

in (11) ist die Dicke der Anreicherungsschicht [3]:

$$x_{(1)}^* = \frac{1}{\sqrt{K_{1(1)}^*}} \ln \left[\frac{1}{Y_{(1)}} \left\{ (1 + K_{1(1)}^* L_{D_n}^2) + L_{D_n} \sqrt{K_{1(1)}^{*2} L_{D_n}^2 + 2 K_{1(1)}^*} \right\} \right] \quad (12)$$

mit den Strukturparametern [3]:

$$K_{1(1)}^* = \frac{2}{L_{D_n}^2} \left(2 \ln \frac{n_D}{n_{(1)}^*} - 1 \right), \quad (13)$$

$$K_{2(1)}^* = Y_{(1)} = \frac{\left(\frac{du}{dx}\right)_{R(1)}^* L_{D_n} + \sqrt{2} \sqrt{2 \ln \frac{n_D}{n_{(1)}^*} - 1}}{\left(\frac{du}{dx}\right)_{R(1)}^* L_{D_n} - \sqrt{2} \sqrt{2 \ln \frac{n_D}{n_{(1)}^*} - 1}} \quad (14)$$

Der Einfluß des äußeren Potentials $\varphi_{(1)} = \frac{qU}{kT}$ geht durch die Transformation [3]

$$n_{(1)}^* = n_i \exp \left[-\frac{\varphi_{(1)}}{2} \right] \quad (15)$$

in die Formeln (12) bis (14) und (16) bis (22) ein. In (1) ist ferner, [2] und [4]:

$$\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}\right)_{(1)} = \frac{r_1}{L_{ob}} \left\{ \Phi_1 \left(\frac{-i I_1 \left(i \frac{r_1}{L_{ob}} \right)}{I_0 \left(i \frac{r_1}{L_{ob}} \right)} \right) + \Phi_2 \frac{H_1^{(1)} \left(i \frac{r_1}{L_{ob}} \right)}{i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_1}{L_{ob}} \right)} \right\} \quad (16)$$

mit den Formfaktoren [2] und [4]:

$$\Phi_1 = \frac{\delta \bar{p}_{(1)}}{1 - \frac{I_0 \left(i \frac{r_2}{L_{ob}} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_1}{L_{ob}} \right)}{I_0 \left(i \frac{r_1}{L_{ob}} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_2}{L_{ob}} \right)}}, \quad (17)$$

$$\Phi_2 = \frac{\delta \bar{p}_{(1)}}{1 - \frac{I_0 \left(i \frac{r_1}{L_{ob}} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_2}{L_{ob}} \right)}{I_0 \left(i \frac{r_2}{L_{ob}} \right) i H_0^{(1)} \left(i \frac{r_1}{L_{ob}} \right)}} \quad (18)$$

* In der Arbeit [4] ist in Formel (12) bei der Korrektur ein Schreibfehler unbemerkt geblieben. Im zweiten Glied muß in der Klammer vor $1/\tau_p$ an Stelle des positiven ein negatives Vorzeichen stehen.

und dem spannungsabhängigen Randwert der Variation der mittleren Trägerdichte der Anreicherungsschicht bei $r = r_1$ [3]:

$$\delta \bar{p}_{(1)} = n_D L_{D_n}^2 \{ K_{1(1)}^* B_{(1)}^* - K_1 B \}. \quad (19)$$

Außerdem gilt in (11) für den positiven reziproken Wert der Ableitung der Variation der mittleren Trägerdichte nach der Spannung [3]:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \delta \bar{p}} \right)_{(1)} = \frac{1}{n_D L_{D_n}^2} \{ K_{1(1)}^{*'} B_{(1)}^* + K_{1(1)}^* B_{(1)}^{*'} \}^{-1}. \quad (20)$$

In (20) bedeuten die gestrichenen Größen in der geschweiften Klammer Ableitungen nach der Spannung gemäß Formel (15). Es ist [3]:

$$B_{(1)}^* = \frac{\coth \left(\frac{1}{2} \ln Y_{(1)} \right) - \coth \left(\frac{1}{2} \ln A_{(1)}^* + \frac{1}{2} \ln Y_{(1)} \right)}{\ln A_{(1)}^*}, \quad (21)$$

$$A_{(1)}^* = \frac{1}{Y_{(1)}} \{ (1 + K_{1(1)}^* L_{D_n}^2) + L_{D_n} \sqrt{K_{1(1)}^{*2} L_{D_n}^2 + 2 K_{1(1)}^*} \}. \quad (22)$$

Der Aufbau der Kennlinien des Oberflächenstromes und die hierbei zugrunde liegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten wurden in den beiden Arbeiten [4] ausführlich diskutiert.

Zusammenfassung

Es werden experimentelle Ergebnisse über die elektrischen Eigenschaften von formierten Spitzenkontaktgleichrichtern mitgeteilt, die unter genau definierten Bedingungen hergestellt und gemessen worden sind. An Hand der theoretischen Ergebnisse in vorausgegangenen Arbeiten [1] bis [5] lassen sich die gemessenen Strom-Spannungskennlinien analysieren. Hierdurch konnte insbesondere der Einfluß der Halbleiteroberfläche und der Geometrie des formierten Bereiches auf den Gleichrichtereffekt quantitativ untersucht werden. Es zeigt sich, daß bei Spitzenkontaktgleichrichtern der Oberflächenstrom eine dominierende Rolle spielt und sowohl die Größe des Diodenstromes als auch die Gestalt der Kennlinien entscheidend bestimmt. Bei Berücksichtigung des Oberflächenstromes werden die gemessenen Kurven befriedigend durch die Theorie beschrieben. Man erhält aus dem Vergleich zwischen den experimentellen und den theoretischen Kennlinien eine genauere Kenntnis des vielschichtigen Problemkreises der physikalischen Verhältnisse bei Spitzenkontaktgleichrichtern. In der vorliegenden Arbeit werden zunächst nur die Verhältnisse bei relativ kleinen Gleichspannungen untersucht, damit der Einfluß der Oberflächeneffekte nicht durch Nebenerscheinungen überdeckt wird.

Wir danken Herrn Dipl.-Phys. H. EGER für seine wertvolle Mitarbeit bei den experimentellen Vorbereitungen und bei der Durchführung zahlreicher Messungen.

Literatur: [1] HOFMEISTER, E., u. E. GROSCHWITZ: Z. angew. Phys. **10**, 109 (1958). — [2] GROSCHWITZ, E.: Solid State Physics in Electronics a. Telecommunications published by Academic Press Inc. (London) Ltd. S. 575 (1960). — [3] GROSCHWITZ, E., u. R. EBHARDT: Z. angew. Phys. **11**, 9 (1959). — [4] GROSCHWITZ, E., u. R. EBHARDT: Z. angew. Phys. **11**, 296 (1959). — GROSCHWITZ, E., E. HOFMEISTER u. R. EBHARDT: Z. angew. Phys. **12**, 544 (1960). — [5] GROSCHWITZ, E., u. R. EBHARDT: Z. angew. Phys. **11**, 342 (1959). — GROSCHWITZ, E., E. HOFMEISTER u. R. EBHARDT: Zur Physik der Spitzenkontaktgleichrichter. Vortrag auf der Physiker-tag. in Berlin, 29. Sept. bis 3. Okt. 1959. — [6] BARDEEN,

J., and W.H. BRATTAIN: Phys. Rev. **75**, 1208 (1949). — [7] AIGRAIN, P.: Ann. Phys. **7**, 140 (1952). — [8] BROWN, W. L.: Phys. Rev. **91**, 518 (1953). — [9] CHRISTENSEN, H.: Phys. Rev. **98**, 1766 (1955). — [10] McWHORTER, A. L., and R. H. KINGSTON: Proc. Inst. Radio Engrs., N.Y. **42**, 1376 (1954). — [11] DE MARS, G. A., H. STATZ and I. DAVIS: Phys. Rev. **98**, 539 (1955). — [12] CUTLER, M., and H. M. BATH: Proc. Inst. Radio Engrs., N.Y. **45**, 39 (1957). — [13] THEDIECK, R.: Z. angew. Phys. **5**, 163 (1953); **5**, 165 (1953). — [14] BENERING, H.: Z. angew. Phys. **9**, 626 (1957);

10, 216 (1958). — [15] SCHRIEFFER, J. R.: Phys. Rev. **97**, 3 (1955). — [16] STATZ, H., G. A. DE MARS jr. and A. ADAMS jr.: Beitrag in Semiconductor Surface Physics, edit. by R. H. KINGSTON. Philadelphia: University Pennsylvania Press 1957. — [17] BETHE, H. A.: RL Report No. 43—12, Nov. 23, 1942.

Dipl.-Ing. R. EBHARDT, Dr. E. HOFMEISTER
und Dr. E. GROSCHWITZ,
Werkwerk für Bauelemente
der Siemens & Halske AG., München

Die ideale Magnetisierungskurve von Ferriten mit unterschiedlicher Magnetisierungsschleife

Von M. KORNETZKI und E. RÖSS

Mit 11 Textabbildungen

(Eingegangen am 19. August 1960)

Überlagert man beim Messen der Magnetisierungskurve dem jeweils eingestellten Gleichfeld ein Wechsel-
feld, dessen Amplitude von einem großen Anfangswert
stetig auf Null abnimmt, so stellt die sich ergebende
Induktion als Funktion des Gleichfeldes die ideale
Magnetisierungskurve [1] des betreffenden Stoffes dar.
Sie ist hysterese- und daher unabhängig von der
magnetischen Vorgeschichte des Stoffes. Früher wurde
angenommen, daß die ideale Kurve ungescherter Stoffe
bei der Gleichfeldstärke Null senkrecht verläuft [2], [3].
Allerdings wurden auch endliche Steigungen beobachtet
[3], [4]. Diese hat man — soweit sie gedeutet wurden
— einer inneren Scherung des betreffenden Stoffes
zugeschrieben. Im folgenden wird die ideale Kurve
aus dem Preisach-Diagramm abgeleitet und gezeigt,
daß die Kurve auch ohne vorhandene Scherung normaler-
weise eine endliche Steigung hat. Die Preisach-Diagramme
und die idealen Kurven einiger Ferrite mit Rechteck-, Nor-
mal-, Isoperm- und Perminvarschleife werden mitgeteilt.

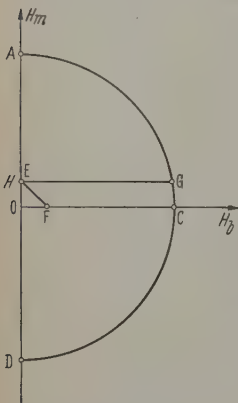


Abb. 1. Vereinfachtes Schema einer Preisach-Ebene

Verlauf der idealen Kurve

Die Besetzungsdichte eines Preisach-Diagrammes [5], [6] sei $\gamma(H_b, H_m)$, wobei H_b die Koerzitivfeldstärke, H_m die Vormagnetisierung der Elementarschleifen bezeichnet (Abb. 1). Die (zur H_b -Achse symmetrische) Grenze der besetzten Fläche sei ACD. Die kleinen Feldstärke H besteht aus dem reversiblen¹ und dem irreversiblen Anteil; letzterer wird beschrieben durch das Umlappen der in dem Dreieck OEF enthaltenen Magnetisierung².

¹ Siehe dazu die Untersuchungen von H. WILDE [6].

² Unter dem folgenden Integral [Gl. (1)] müßte an sich 2γ stehen, um den Richtungswechsel der Magnetisierung von — nach + zu berücksichtigen. In den folgenden Preisach-Diagrammen ist aber γ bereits so definiert, daß eine Integration über die gesamte Fläche des Diagramms die doppelte irreversible Induktion liefert. Auch eine Multiplikation mit $2B_s$, wie sie bei den von WILDE und GIRKE [7] mitgeteilten Diagrammen erforderlich ist, fällt hier weg.

Somit gilt für die Neukurve

$$\left. \begin{aligned} B_{\text{Neu}} &= \mu_a H + \iint_{\text{OEF}} \gamma dH_b dH_m \\ &= \mu_a H + 2\nu H^2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(μ_a Anfangspermeabilität, ν Rayleighsche Konstante). ν ist unabhängig von H , solange γ konstant ist oder wenigstens das Flächenintegral quadratisch mit H steigt.

Überlagert man nun dem Gleichfeld ein großes Wechsel- und läßt die Amplitude stetig gegen Null gehen, so verbleibt der (nahezu rechteckförmige) Streifen OEGC ummagnetisiert [6]. Die reversible Magnetisierung wird bei kleiner Feldstärke näherungsweise unabhängig von der magnetischen Vorgeschichte sein. Also beträgt die ideale Induktion

$$\left. \begin{aligned} B_{\text{ideal}} &\approx \mu_a H + \iint_{\text{OEGC}} \gamma dH_b dH_m \\ &\approx \mu_a H + iH. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Da die Fläche OEGC bei kleiner Feldstärke etwa linear mit H wächst, ist i nahezu eine Konstante, wenn γ konstant ist oder in erster Näherung nur von H_b abhängt oder wenigstens das Flächenintegral linear mit H steigt. Dann wächst die ideale Induktion näherungsweise linear mit H , während die Neukurve [nach Gl. (1)] von Anfang an ein quadratisches Glied enthält.

Im einfachsten Fall konstanter Besetzungsdichte (innerhalb der Randlinie) verlaufen die ideale und die Neukurve etwa wie in Abb. 2 (Anfangssteigung μ_{ideal} bzw. μ_a). Das Verhältnis zwischen dem irreversiblen Anteil AD auf der idealen Kurve und dem auf der Neukurve AC ist dann gleich dem Verhältnis der Fläche des (angenäherten) Rechtecks OEGC zur Fläche des Dreiecks OEF. Je geringer die irreversible Induktion im Verhältnis zur reversiblen Induktion ist, um so mehr nähert sich die ideale Kurve der Neukurve (s. die Abschätzung von $B_{\text{ideal}}/B_{\text{Neu}}$ im Anhang).

Da die Ummagnetisierungsfront EG mit wachsender Feldstärke H eher die gesamte Fläche innerhalb der Randlinie ACD übersteicht als die Front EF, mündet die ideale Kurve eher in die Sättigung ein als die Neukurve.

Nach den Untersuchungen von H. WILDE und H. GIRKE [7] ist die Preisach-Ebene nicht gleichförmig besetzt. Die Besetzungsdichte ist aber normalerweise endlich, und deshalb kann die ideale Kurve

ht unendlich steil ansteigen. Nur Stoffe, deren Magnetisierungsschleife große Barkhausen-Sprünge enthält, können in gleichem Ausmaß unendlich steile Teile der idealen Magnetisierungskurve aufweisen. In diesem Fall ist die Preisach-Ebene nicht stetig besetzt, sondern enthält diskrete Punkte. Dasselbe gilt für sehr kleine Kerne, die nur noch wenige Weißsche Zirkel enthalten.

Eine endliche Anfangssteigung der idealen Kurve kann daher nicht einfach als Maß für eine innere

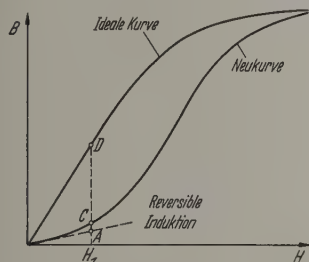


Abb. 2. Verlauf der idealen Magnetisierungskurve und der Neukurve (schematisch)

herung des betreffenden Stoffes gelten. Sofern aber eine (innere oder äußere) Scherung vorliegt, wird die mögliche Steigung auf den Wert $1/N$ begrenzt (N = Scherungsfaktor)¹.

Meßergebnisse

Die im folgenden gezeigten idealen Magnetisierungskurven wurden an Ringkernen mittels eines Magnetometers gemessen; für die Idealisierung wurde ein

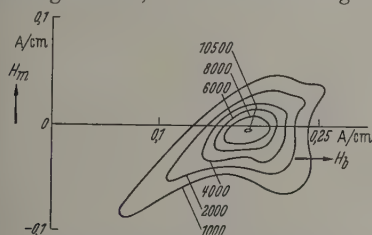


Abb. 3. Preisach-Diagramm eines Mangan-Zink-Ferrits mit rechteckförmiger Magnetisierungsschleife ($\mu_a = 1500$). Parameter ist die Besetzungsdichte in 10^{-4} Vs/A^2

Wechselstrom von 1 Hz verwendet. Die Preisach-Diagramme wurden freundlicherweise von den Herren GIERKE und D. STOLL im Institut für Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart aufgenommen.

Je ein Mangan-Zink-Ferrit mit Rechteck-, Normal- und Isopermschleife, jedoch mit etwa gleicher Koerzitivfeldstärke [8], wurde untersucht, ferner ein kobalttotes Nickel-Zink-Ferrit² mit Perminvarschleife [9]. Stoffe mit Rechteckschleife sind stark hysteresehaft, und das Preisach-Diagramm (Abb. 3) ist in der H_b -Achse bei Feldstärken etwa vom Betrage der Koerzitivfeldstärke sehr dicht besetzt³. Deshalb

¹ In kleinen Stufen kann allerdings die Steigung auch hier in Schritten werden, nämlich wenn einmal gestartete Barkhausen-Sprünge bei verminderter Feldstärke weiterlaufen.

² Die Perminvarschleife der kobalthaltigen Ni-Zn-Ferrite ist stabiler als die der Mn-Zn-Ferrite und wird deshalb durch die hier notwendigen großen Felder weniger gestört [10].

³ Über die Ursache der in den Diagrammen auffallenden Asymmetrie s. H. WILDE und H. GIERKE [7].

steigt die ideale Kurve (Abb. 4) viel steiler an als die Neukurve ($\mu_{\text{ideal}} = 55000$, $\mu_a = 1500$, $\mu_{\text{ideal}}/\mu_a = 37$); sie erreicht auch wesentlich früher die Sättigung. Anisotropie Ferrite mit (induzierter) Rechteckschleife, z. B. feldgetemperte Perminvare, deren Schleife viel schärfere Ecken aufweist, werden sicher ein noch wesentlich größeres Verhältnis μ_{ideal}/μ_a haben.

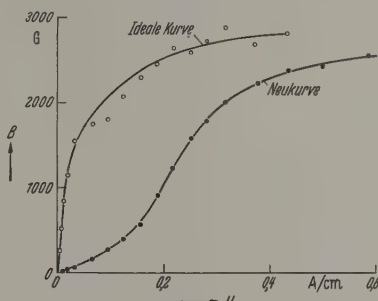


Abb. 4. Ideale Magnetisierungskurve und Neukurve des Ferrits nach Abb. 3

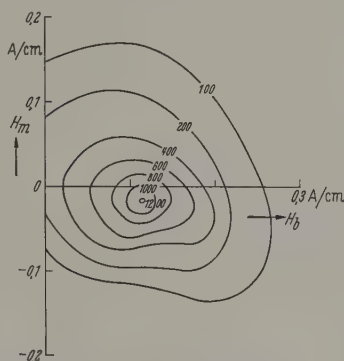


Abb. 5. Preisach-Diagramm eines Mangan-Zink-Ferrits mit normaler Magnetisierungsschleife ($\mu_a = 2800$). Parameter wie in Abb. 3

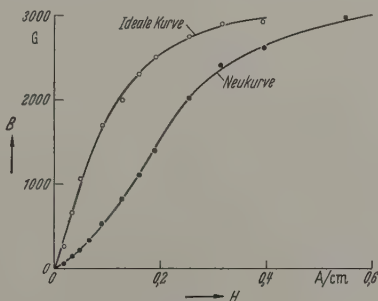


Abb. 6. Ideale Magnetisierungskurve und Neukurve des Ferrits nach Abb. 5

Die Preisach-Ebene von Ferriten mit normaler Rechteckschleife ist viel gleichförmiger besetzt (Abb. 5). Daher liegt die ideale Kurve näher an der Neukurve ($\mu_{\text{ideal}} = 17000$, $\mu_a = 2800$, $\mu_{\text{ideal}}/\mu_a = 6,1$) (Abb. 6).

So wie es Ferrite mit induzierter und mit spontaner Rechteckschleife gibt, kennt man auch Ferrite mit induzierter und mit spontaner Isopermschleife. Im ersten Fall handelt es sich um Kerne mit eingepprägter Anisotropie, z. B. im Querfeld getemperte Perminvare [9], im zweiten Fall um hochpermeable Mangan-Zink-Ferrite mit bestimmter Zusammensetzung [8]. Beide

Stoffe sind verhältnismäßig hysteresearm, haben aber verschiedenartige Preisach-Diagramme. Induziertes Isoperm zeigt eine in Richtung der $\pm H_m$ -Achse langgezogene Besetzung ohne Häufungsstelle auf der H_b -Achse (Abb. 7)¹, während das spontane Isoperm eine

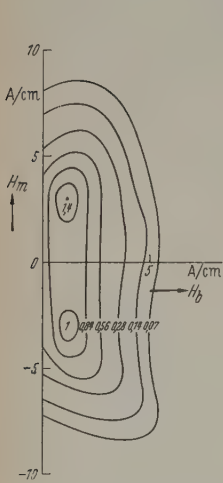


Abb. 7

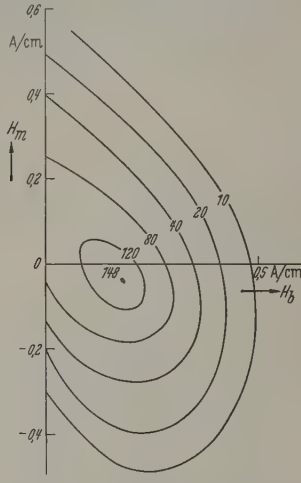


Abb. 8

Abb. 7. Preisach-Diagramm eines im Querfeld getemperten kobalthaltigen Nickel-Zink-Ferrits mit (induzierter) Isoperschleife ($\mu_a = 12$). Parameter wie in Abb. 3

Abb. 8. Preisach-Diagramm eines Mangan-Zink-Ferrits mit spontaner Isoperschleife ($\mu_a = 3500$). Parameter wie in Abb. 3

dem normalen Ferrit ähnliche, nur viel schwächere Besetzung mit geringer Häufung aufweist (Abb. 8). In beiden Fällen steigt die ideale Kurve nur wenig

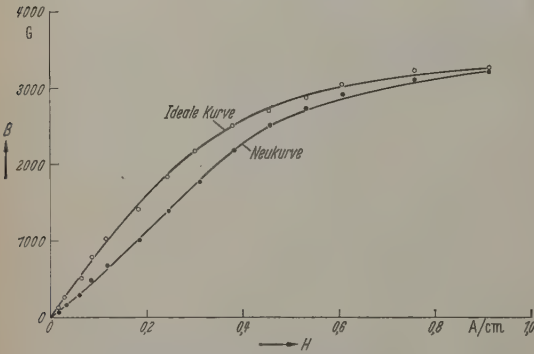


Abb. 9. Ideale Magnetisierungskurve und Neukurve des Ferrits nach Abb. 8

steiler an als die Neukurve. Aus den in Abb. 9 dargestellten Kurven eines spontanen Isoperms folgt $\mu_{ideal} = 7400$, $\mu_a = 3500$, $\mu_{ideal}/\mu_a = 2,1$.

Das bei geringer Feldstärke besonders hysteresearme Perminvarferrit² weist in der Preisach-Ebene zwei kräftige Häufungsstellen oberhalb und unterhalb der H_b -Achse auf (Abb. 10 [7]). Infolge der geringen Hysteresedichte nahe der H_b -Achse ist der Quotient

μ_{ideal}/μ_a auf weniger als 1,7 abgesunken ($\mu_{ideal} = 56$, $\mu_a = 34$). Die Häufungsstellen haben zur Folge, daß die ideale Kurve einer normalen Magnetisierungskurve ähnelt; sie krümmt sich nämlich zunächst nach oben und wird dann wieder flacher.

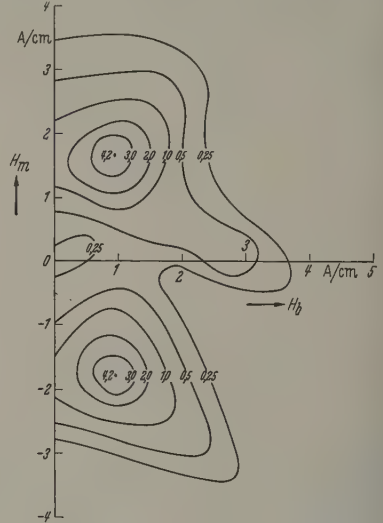


Abb. 10. Preisach-Diagramm eines kobalthaltigen Nickel-Zink-Perminvarferrits ($\mu_a = 130$). Parameter wie in Abb. 3

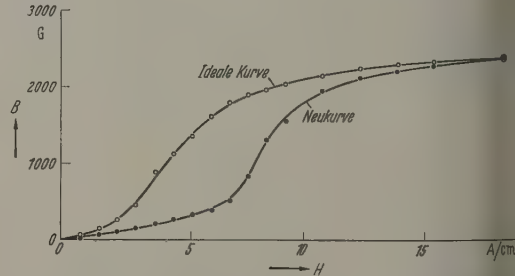


Abb. 11. Ideale Magnetisierungskurve und Neukurve eines kobalthaltigen Nickel-Zink-Perminvarferrits ($\mu_a = 34$)

Diskussion der Ergebnisse

Die hier mitgeteilten Ergebnisse bestätigen die oben gezogenen Schlüsse. In keinem Fall wurde ein unendlich steiler Anstieg der idealen Kurve beobachtet. Zwar konnte nicht geprüft werden, ob die an dem Rechteckferrit gefundene Anfangssteigung der idealen Kurve von $55000 \mu_0$ durch innere Scherung des Ferritkerns bestimmt wird. In einer an anderer Stelle veröffentlichten Untersuchung [8] wird aber nachgewiesen, daß die geringe ideale Anfangspermeabilität des Isopermkerns nicht durch eine innere Scherung hervorgerufen wird; ferner ist die mit wachsender Feldstärke zunehmende Steigung der idealen Kurve des Perminvars nicht mit einer Scherung vereinbar.

Den Herren H. GIRKE und D. STOLL danken wir für die Aufnahmen der Preisach-Diagramme.

Anhang

Abschätzung des Verhältnisses μ_{ideal}/μ_a

¹ Die schwachen Häufungsstellen oberhalb und unterhalb der H_b -Achse stellen offenbar Reste der Perminvarschleife dar.

² Aus meßtechnischen Gründen wurde für die Aufnahme der idealen Kurve nicht das gleiche, sondern ein ähnliches Ferrit gewählt wie für die Aufnahme des Preisach-Diagramms.

Ist die Besetzungsdichte γ der Preisach-Ebene wenigstens nahe der H_b -Achse näherungsweise konstant, so kann man in Gl. (1) das Integral gleich $\gamma H^2/2$ setzen. Hieraus folgt

$\approx 4\gamma$. Ferner ist die Strecke OC dann etwa gleich der doppelten Koerzitivfeldstärke H_c ; daher hat das Integral in Gl. (2) etwa den Wert $2\gamma H_c H$. Somit folgt (für geringe Feldstärke)

$$i \approx 8\gamma H_c. \quad (3)$$

Der Quotient aus idealer Induktion und der Induktion auf der Neukurve ist also [bei Vernachlässigung des quadratischen Gliedes in Gl. (1)]

$$\frac{B_{\text{ideal}}}{B_{\text{neu}}} \approx \frac{\mu_{\text{ideal}}}{\mu_a} \approx \frac{\mu_a + 8\gamma H_c}{\mu_a} = 1 + 8 \frac{\gamma}{\mu_a} H_c. \quad (4)$$

Führt man den Jordanschen Hysteresebeiwert [11]

$$\tilde{h} \approx \frac{16 \sqrt{2}}{3} \frac{\gamma}{\mu_a} \quad (5)$$

ein, so folgt

$$\frac{\mu_{\text{ideal}}}{\mu_a} \approx 1 + \frac{3}{2 \cdot \sqrt{2}} \tilde{h} H_c \approx 1 + \tilde{h} H_c. \quad (6)$$

Nach früheren Untersuchungen [12] hat $\tilde{h} H_c$ bei Ferriten etwa den Wert 0,5 bis 3, so daß für μ_{ideal}/μ_a etwa 1,5 bis 4 zu erwarten ist.

Daß der am Isopermferrit gemessene Wert von 2,1 tatsächlich in diesen Bereich fällt, erklärt sich aus der wenigstens näherungsweise gleichförmigen Besetzungsdichte der Preisachenebene nahe der H_b -Achse. Die ungleichförmigere Besetzungsdichte des Normalferrits und die sehr starke Häufung auf der H_c -Achse des Rechteckferrits verursachen den gegenüber dem geschätzten Wert wesentlich höheren Quotienten μ_{ideal}/μ_a . Man erkennt, daß μ_{ideal} — wie es BOZORTH [4] angibt — hier in größenordnungsmäßig gleich der größten differentiellen Permeabilität der Magnetisierungsschleife sein sollte [8]. Perminvarferrite sollten einen sehr geringen Quotienten μ_{ideal}/μ_a von 1,5 bis unter 1,1 aufweisen; diese Vermutung läßt sich aber nicht prüfen, da infolge der zum Idealisieren notwendigen großen Feldstärke stets nur der gestörte Permeabilitätszustand beobachtet werden kann [10].

Zusammenfassung

Die ideale Magnetisierungskurve wird aus dem Preisach-Diagramm abgeleitet. Sie beginnt mit endlicher Steigung (ideale Anfangspermeabilität μ_{ideal}). Bei Ferriten mit Rechteck-, Normal- oder Isopermschleife nimmt die Steigung mit wachsender Feldstärke ab, bei Perminvaren zunächst zu und dann ab. Stark hysteresebehaftete Stoffe (Rechteckferrite) haben ein großes, hysteresearme Stoffe (Isoperme, Perminvare) ein kleines Verhältnis von μ_{ideal} zur Anfangspermeabilität.

Literatur: [1] MAURAIN, CH.: C. R. Acad. Sci., Paris **134**, 914 (1903). — GÜMLICH, W., u. E. STEINHAUS: Verh. dtsh. phys. Ges. **17**, 369 (1915). — [2] GANS, R.: Ann. Phys., Lpz. **61**, 379 (1920). — [3] GERLACH, W., u. A. TEMESVARY: Z. Physik **124**, 570 (1948). — [4] SNOEK, J. L.: Physica, Haag **3**, 463 (1936). — BOZORTH, R. M.: Ferromagnetism, S. 9, Fig. 1—8, S. 548/49. Toronto-New York-London 1951. — SMIT, J., u. H. P. J. WIJN: Ferrites, S. 122 u. 223. Eindhoven 1959. — [5] PREISACH, F.: Z. Physik **94**, 277 (1935). — [6] WILDE, H.: Nachr.-techn. Z. **10**, 497 (1957), Abb. 7c. — [7] WILDE, H., u. H. GIERKE: Z. angew. Phys. **11**, 339 (1959). — [8] KORNETZKI, M., E. MOSER u. E. RÖSS: Naturwissenschaften **47**, 274 (1960). — Z. angew. Phys. **13**, 31 (1961). — [9] KORNETZKI, M., J. BRACKMANN u. J. FREY: Naturwissenschaften **42**, 482 (1955). — Siemens-Z. **29**, 434 (1955); **32**, 412 (1958). — [10] KORNETZKI, M.: Elektrotechn. Z. A **80**, 605 (1959). — [11] JORDAN, H.: Elektr. Nachr.-Techn. **1**, 7 (1924). — KORNETZKI, M.: Z. angew. Phys. **4**, 343 (1952). — [12] KORNETZKI, M.: Z. angew. Phys. **8**, 127, 536 (1956).

Dr. MAX KORNETZKI, Dr. ERICH RÖSS
Werkwerk für Bauelemente
der Siemens & Halske AG,
München

Mangan-Zink-Ferrite mit verschiedenartigen Magnetisierungsschleifen

Von M. KORNETZKI, E. MOSER und E. RÖSS

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 19. August 1960)

Neben der normalen Magnetisierungsschleife kennt man noch die anomalen Formen, nämlich die Rechteckschleife, die eingeschnürte oder Perminvarschleife und die schrägliegende, rhomboidförmige Isopermschleife¹. Die Rechteck- und die Isopermschleife wurden zunächst nur an magnetisch anisotropen Kernen beobachtet, z.B. an Metallen mit eingewalzter Vorrichtung, an feldgetemperten Perminvaren, an

hexagonalen Einkristallen in der Richtung leichtester bzw. schwerster Magnetisierbarkeit und an Kernen, die unter äußerer mechanischer Zug- oder Druckspannung stehen. Später fand man zunächst die Rechteck-, dann auch die Isopermschleife an polykristallinen, magnetisch isotropen² Kernen, erstere z.B. an geglühtem Elektrolyteisen [2] und an den für Speichierzwecke verwendeten Ferritkernen [3], letztere an Ferriten mit hexagonaler Kristallstruktur [4] und an kubischen Mangan-Zink-Ferriten [5, 6]. Die Perminvarschleife [7] setzt keine Anisotropie des gesamten Kerns voraus, sondern nur eine bei erhöhter Temperatur einstellbare, uniaxiale Anisotropie in den einzelnen Weißschen Bezirken [8]. Im folgenden wird gezeigt, daß im System der Mangan-Zink-Ferrite alle

¹ Der Name Isoperm bezeichnet einen Stoff, dessen Permeabilität wenig von der Feldstärke abhängt. Er wurde geteilt für Eisen-Nickel- oder Eisen-Nickel-Kupfer-Legierungen, denen durch Walz- und Glühbehandlung eine magnetische Isotropie derart eingeprägt wurde, daß die Magnetisierungsschleife schräg zur Induktionsachse verläuft [1]. Kennzeichen für die Isopermschleife ist nicht allein eine geringe Reizenz, sondern auch eine angenäherte Linearität der Flanke. Bei einem Isoperm steigt die Permeabilität mit zunehmender Feldstärke etwa linear bis zur Maximalpermeabilität an, dabei ist die Maximalpermeabilität nur wenig größer als die Anfangspermeabilität (μ_{max}/μ_a etwa 1,1 bis 1,3). Ein Perminvar hat bis zu einer gewissen Feldstärke (Öffnungsfeldstärke) eine praktisch konstante Permeabilität; diese steigt dann steil an. Maximalpermeabilität an. μ_{max}/μ_a beträgt etwa 2 bis 4. Eine, deren Schleife durch scherende Luftspalte geneigt ist, wie z.B. Pulverkerne, rechnen nicht zu den Isopermen.

² Magnetisch isotrop ist ein Stoff, der in jeder Meßrichtung die gleichen magnetischen Eigenschaften hat. Einkristalle sind stets magnetisch anisotrop; im polykristallinen Kern mit regellos orientierten Kristalliten fällt die Anisotropie durch Mittelbildung fort. Kerne, die unter äußerer Zug- oder Druckspannung stehen, sind infolge der Magnetostriktion magnetisch anisotrop. Allseitig gleicher (hydrostatischer) Druck erzeugt keine Anisotropie.

bekannten Schleifenformen bei verschiedenen, aber dicht benachbarten Zusammensetzungen auftreten, und es wird versucht, die Ursache für den Isoperm-effekt zu deuten.

Verschiedene Magnetisierungsschleifen der Mangan-Zink-Ferrite

Da die magnetischen Werte von Mangan-Zink-Ferriten stark von der Reinheit der Ausgangsstoffe und von der Sinterbehandlung abhängen, wurden die

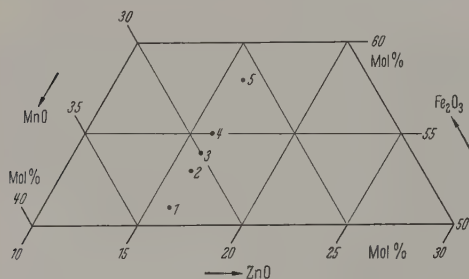


Abb. 1. Zusammensetzung der untersuchten Ferrite

Ferrite aus sehr reinen Oxyden hergestellt, gleichartig bei etwa 1300° C gesintert und in reinem Stickstoff abgekühlt. Auf einem Schnitt durch das System,

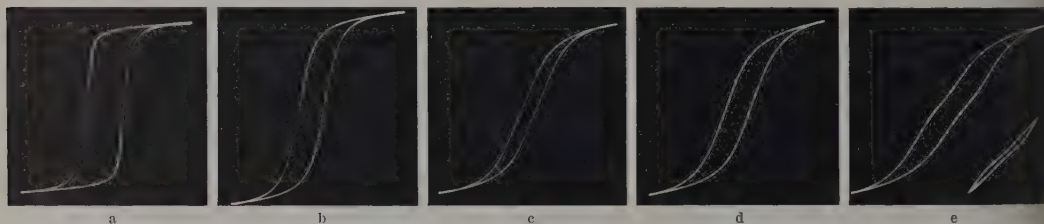


Abb. 2a bis e. Magnetisierungsschleifen der untersuchten Ferrite 1 bis 5. Die Spitzenfeldstärke beträgt für die Schleifen a bis d 1,4 Oe, für die Schleife e 2,8 (bzw. 0,9) Oe; die Spitzeninduktion beträgt in der Reihenfolge a bis e 3170, 3520, 3130, 3000, 3000 (bzw. 1400) G

welcher von der Zusammensetzung 51 Fe₂O₃ : 33MnO : 16 ZnO (Mol-%) bis zur Zusammensetzung 58 Fe₂O₃ : 26 MnO : 16 ZnO reicht (Abb. 1), zeigen sich an Kernen, deren Zusammensetzungen den Punkten 1, 2, 3, 4 und 5 entsprechen, die in Abb. 2a bis e dargestellten Magnetisierungsschleifen. Wenn also der Gehalt an Eisenoxyd nur um 7% erhöht wird, durchläuft die Schleife alle bekannten Formen, nämlich die Rechteck-, Normal-, Isoperm- und Perminvarschleife. Die Rechteckschleife tritt auch auf, wenn man von Punkt 1 aus zu tieferem Eisenoxydgehalt übergeht, die Perminvarschleife auch, wenn man von Punkt 5 aus zu höherem Eisenoxydgehalt übergeht.

Legt man den Schnitt an anderer Stelle durch das System, so verschieben sich die Grenzen für die einzelnen Schleifen zu etwas anderem Eisenoxydgehalt. Da die Formen stetig ineinander übergehen, lassen sich scharfe Grenzen nicht angeben.

Die magnetischen Werte der oben genannten Ferrite sind in der Tabelle zusammengestellt.

Die Rechteckschleife in Punkt 1

Die hier auftretende rechteckförmige Schleife ist nicht so gut ausgeprägt wie bei den für Speicherkerne

entwickelten Ferriten; dafür ist die remanente Induktion höher¹. Es handelt sich — wie bei den speziellen Rechteckferriten — um eine Pseudo-Rechteckschleife [9], deren relative Remanenz nur hoch ist, wenn man sie auf eine bei geringer Feldstärke (z.B. bei einigen Örst) gemessene Induktion bezieht. Die auf die wahre Sättigungsmagnetisierung bezogene Remanenz eines polykristallinen isotropen ferromagnetischen Stoffes mit kubischer Gittersymmetrie kann nur etwas mehr als 80% betragen, wenn die spontane Magnetisierung nach dem Abschalten des sättigenden Magnetfeldes in den feldnächsten Richtungen leichtester Magnetisierbarkeit liegt [2], [10]. Vorbedingung hierfür ist, daß entweder vorhandene, sehr kleine Ummagnetisierungskeime erst nach Umkehr des Feldes (negative Feldstärke) wesentlich zu wachsen beginnen oder daß sich Ummagnetisierungskeime überhaupt erst bei negativer Feldstärke² bilden. GOODENOUGH [11] gibt hierfür die Bedingung an

$$LI_s^2 (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2)^2 < 60 \sigma_w \approx 240 \sqrt{A(K + \lambda \sigma_i)}$$

(L Korngröße des betreffenden Stoffes; I_s Sättigungsmagnetisierung; Θ_1 und Θ_2 Winkel der spontanen Magnetisierung in zwei benachbarten Kristalliten gegen die Normale der Korngrenze; σ_w spezifische Energie der Blochwand; A Austauschenergie; K Kristallanisotropie; λ Magnetostriktion; σ_i innere Spannungen). Hinreichend große Bildungsenergie der

Bloch-Wände kann man also als Ursache für die rechteckförmige Schleife ansehen. Die Bloch-Wände haben eine hohe Energiedichte, wenn die magnetische Kristallanisotropie oder die Magnetostriktion groß ist (leider liegen für das System der Mangan-Zink-Ferrite nicht genügend Meßwerte der Kristallanisotropie vor³). In beiden Fällen ist mit relativ geringer Anfangspermeabilität zu rechnen⁴. Der Quotient μ_{\max}/μ_0 aus Maximal- und Anfangspermeabilität und der Quotient aus dem Jordanschen Hysteresebeiwert h und der Anfangspermeabilität sind bei Stoffen mit Rechteckschleife immer hoch [12] (s. Tabelle).

Die normale Magnetisierungsschleife in Punkt 2

Mit zunehmendem Gehalt an Eisenoxyd nimmt die Magnetostriktion der Mangan-Zink-Ferrite ab [13]; deshalb kann man nach der Formel von GOODENOUGH

¹ Magnesium-Mangan-Ferrite haben eine remanente Induktion von etwa 2 bis 2,5 kG.

² GOODENOUGH definiert die Feldstärke mit umgekehrtem Vorzeichen.

³ Meßwerte für Mangan-Ferrite s. bei PEARSON [22].

⁴ Diese Aussage gilt sowohl für den durch reversible Wandverschiebungen als auch für den durch Drehprozesse der spontanen Magnetisierung verursachten Anteil der Anfangspermeabilität.

Tabelle. Magnetische Werte der untersuchten Ferrite

Zusammensetzung	μ_a	μ_{\max}	μ_{\max}/μ_a	h cm/kA	h/μ_a cm/kA	H_c^* Oe	\hat{B}^* Gauß	B_R/\hat{B}^* %	μ_{ideal}	μ_{III}
1 Rechteck	1200	5200	4,3	8800	7,4	0,28	3950	80	50000	36000
2 Normal	2500	6100	2,4	8400	3,3	0,18	4200	50	15000	14000
3 Isoperm	3100	3800	1,2	4000	1,3	0,15	4600	18	6500	6200
4 Normal	2800	4100	1,5	10600	3,8	0,21	4500	35	9500	9900
5 Perminvar	770	2500	3,2	85	0,11	—	4300	—	—	—

* $\hat{H} = 10$ Oe

n (mit zunehmendem Eisenoxydgehalt stattfinden-
n) Übergang von der Rechteck- zur Normalschleife
Folge eines verminderten σ_w -Wertes deuten.
nn sind bei verschwindender Feldstärke schon so
ele Umagnetisierungskeime vorhanden, daß die
emanenz merklich vermindert wird. Aus den oben
wähnten Gründen ist jetzt mit höherer Anfangs-
meabilität zu rechnen, während μ_{\max}/μ_a und h/μ_a
einere (normale) Werte annehmen (s. Tabelle).

Die Isopermschleife in Punkt 3

Über die vermutliche Ursache der Isopermschleife
l erst weiter unten ausführlicher gesprochen wer-
n. Hier sei nur erwähnt, daß nach der Formel von
ODENOUGH möglicherweise bei geringer, vielleicht
gar bei noch positiver Feldstärke zahlreiche Um-
magnetisierungskeime entstehen, wenn σ_w hinreichend
in wird. Tatsächlich geht die Magnetostriktion
einem Eisenoxydgehalt von 53 bis 54% durch Null
], so daß wahrscheinlich die Bloch-Wände hier die
ingste Energie enthalten. Dann steht eine große
nflächige zur Verfügung, wodurch sowohl die Per-
meabilität erhöht als auch der h/μ_a -Wert verringert¹
d (s. Tabelle). Unabhängig davon wirkt sich natür-
lich die geringe Magnetostriktion allein schon im
ne einer gesteigerten Permeabilität aus. Ob ein
ßer Anteil von Drehprozessen an der Anfangs-
meabilität zu einem geringen h/μ_a -Wert führt, ist
ht bekannt.

Die normale Magnetisierungsschleife in Punkt 4

Die für die Ausbildung der Isopermschleife gün-
igen Bedingungen sind nur in einem schmalen Be-
h des Mangan-Zink-Ferritsystems vorhanden.
erhalb dieses Gebietes treten etwa normale Magne-
terungsschleifen auf, möglicherweise allein deshalb,
l hier die Magnetostriktion wieder anwächst [13].

Die Perminvarschleife in Punkt 5

An Mangan-Zink-Ferriten mit mehr als etwa
% Eisenoxyd entsteht bei geeigneter Sinterbehand-
g die eingeschnürte Schleife [14]. Sie läßt sich
ut aus obigen Gedankengängen über den Einfluß
Wandenergie verstehen, sondern hat zur Voraus-
ung, daß die Bloch-Wände in Energiemulden
en, die beim langsamen Abkühlen unterhalb der
ie-Temperatur durch eine uniaxiale magnetische
otropieenergie in den Kristalliten gebildet wer-
en [8]. Hierdurch werden die Anfangspermeabilität
der h/μ_a -Wert vermindert (s. Tabelle). Jedoch
en die Perminvare nur bei geringer Aussteuerung

Es läßt sich zeigen, daß unter sonst gleichen Bedingungen
Quotient h/μ_a umgekehrt proportional der in einem vor-
benen Volumen vorhandenen Bloch-Wandfläche ist.

bis zu einigen hundert Gauß die eingeschnürte Schleife
und den sehr geringen Hysteresebewert. Mit wach-
sender Aussteuerung verschwindet die Einschnürung;
die Schleife nimmt dann eine isopermartige Form
und schließlich meist eine normale Form an. Die iso-
permartigen Zwischenschleifen ([15], s. auch Abb. 2e)
können von einer wahren Isopermschleife unter-
schieden werden, weil die Schleife eines Perminvarferrits
durch Tempern im Magnetfeld verändert wird, nicht
jedoch die eines Isopermferrits. Es ist wenig wahr-
scheinlich, daß diese isopermartigen Zwischen- oder
Grenzschleifen auf die gleiche Ursache zurückzuführen
sind wie die Schleifen der Isopermferrite. Vielmehr
ist anzunehmen, daß die Energiemulden des Per-
minvars beim Durchlaufen der Grenzschleife noch eine
gewisse Fangwirkung auf die Bloch-Wände ausüben.

Die Perminvarschleife der Mangan-Zink-Ferrite ist
nicht so stabil wie die der kobalthaltigen Perminvare¹;
sie wird durch ein wesentlich über die Koerzitivfeld-
stärke hinausgehendes Magnetfeld stark „gestört“ [8],
und es entsteht dann eine auch bei geringer Feldstärke
mehr oder minder normal erscheinende Schleife. Bis
zu welchem Eisenoxydgehalt herab sich noch Reste
des Perminvareffektes bemerkbar machen, ist nicht
bekannt. Vielleicht ist die in Punkt 4 beobachtete
Schleife hierdurch noch beeinflusst.

Magnetische Eigenschaften der Isopermferrite

Da die Eigenschaften von Ferriten mit Rechteck-
oder Perminvarschleife bereits weitgehend bekannt
sind, sollen hier nur die Isopermferrite näher be-
sprochen werden. Wie schon oben erwähnt, haben
die Mangan-Zink-Ferrit-Isoperme eine sehr hohe An-
fangspermeabilität² von etwa 3000 bis über 7000,
ein niedriges Verhältnis von Maximal- zu Anfangs-
permeabilität (etwa 1,2; s. Tabelle) und geringe Hyste-
reseverluste. Der Quotient h/μ_a liegt anomal niedrig
[12]; auch die Verluste bei großer Induktion von
einigen Kilogauß sind klein.

Die Isopermferrite unterscheiden sich von den
Perminvaren des Mangan-Zink-Ferritsystems noch
durch folgende Eigenschaften:

1. Die Magnetisierungsschleife öffnet sich normal
als (sehr schmale) Rayleigh-Lanzette.
2. Die magnetische Stabilität ist — wie bei den
metallischen Isopermen — groß; die nach starker
Vormagnetisierung gemessene reversible Permeabilität
im Remanenzpunkt liegt nur etwa 5 bis 10% unter der

¹ Die kobalthaltigen Perminvarferrite haben allerdings
eine wesentlich geringere Anfangspermeabilität (bis zu etwa
150 [16]).

² Die metallischen, durch Walzen hergestellten Isoperme
und die durch Tempern im Magnetfeld aus Perminvarferrit
hergestellten Isoperme haben eine Anfangspermeabilität unter
150 [1], [16].

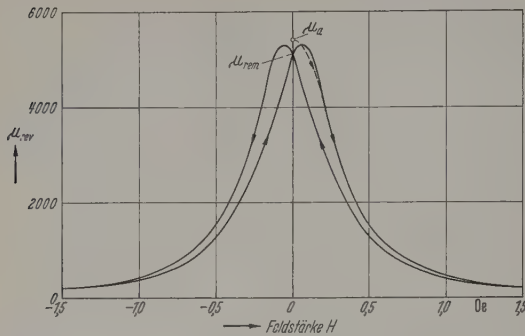


Abb. 3. Abhängigkeit der reversiblen Permeabilität von der Vormagnetisierung bei einem Isopermferrit

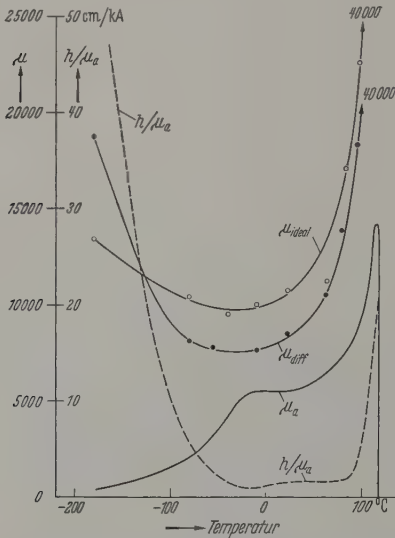


Abb. 4. Abhängigkeit der Anfangspermeabilität μ_a , der differentiellen Permeabilität auf den Flanken der Magnetisierungsschleife μ_{diff} , der idealen Anfangspermeabilität μ_{ideal} und des bezogenen Hysteresebeiwerts h/μ_a eines Isopermferrits von der Temperatur

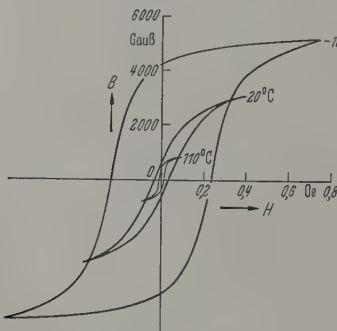


Abb. 5. Magnetisierungsschleifen eines Isopermferrits bei -186 , 20 und 110°C

Anfangspermeabilität (Abb. 3), und die Verluste werden nicht nennenswert geändert.

3. Die zeitliche Änderung der Permeabilität, z. B. nach einer Abmagnetisierung (Desakkommodation), ist gering.

4. Die Magnetisierungsschleife ändert sich nicht, wenn die Isopermkern im Magnetfeld getempert werden.

Temperaturabhängigkeit der magnetischen Eigenschaften

Die Anfangspermeabilität der meisten Isopermferrite hat in Abhängigkeit von der Temperatur den von vielen Mangan-Zink-Ferriten bekannten Verlauf mit mindestens einem sekundären Maximum, dessen Lage von der Zusammensetzung des Ferrits abhängt (Abb. 4). Die Isopermschleife ist im großen und ganzen in dem Temperaturbereich am besten ausgeprägt, in dem dieses Maximum liegt¹; in dem hier dargestellten Fall findet sich die Isopermschleife etwa zwischen -80 und $+90^\circ\text{C}$. Nach tieferer Temperatur hin wird die Schleife normal und dann rechteckähnlich, nach höherer Temperatur hin normal (Abb. 5). Der relative Hysteresebeiwert ist im Isopermbereich am geringsten (Abb. 4). Es gibt aber auch Isoperme, die kein erkennbares sekundäres Maximum aufweisen. Dieser Fall scheint aufzutreten, wenn die Curie-Temperatur tiefer liegt und die Permeabilität zur Curie-Temperatur hin steil ansteigt; dann wird vielleicht das sekundäre Maximum durch den Steilanstieg verdeckt.

Die Ursache der Isopermschleife

Eine geringe Remanenz kann in einem magnetisch anisotropen oder in einem isotropen Kern entstehen. Im ersten Fall muß eine magnetische Vorzugslage quer zur Meßrichtung vorhanden sein; im zweiten Fall müssen Gründe dafür vorliegen, daß ein wesentlicher Teil der spontanen Magnetisierung nach dem Abschalten eines sättigenden Feldes in Richtungen übergeht, die mit der Richtung des gewesenen Feldes einen Winkel über 90° bilden.

Zunächst wurde geprüft, ob der Kern eine während des Pressens entstandene Anisotropie aufweist. Zu diesem Zweck wurden aus einem großen ringförmigen Isopermkern kleine Ringe herausgeschliffen, derart, daß deren Achse durch den Mittelpunkt des ursprünglichen Kerns oder in tangentialer Richtung verlief². Die kleinen Kerne zeigten die gleiche Schleifenform. Der Isopermkern ist also magnetisch isotrop; er kann keine gerichteten Kristallite oder Spannungen enthalten.

Daß die Schleife nicht durch scherende unmagnetische Einschlüsse oder Poren beeinflusst ist, kann aus folgenden Ergebnissen geschlossen werden:

1. Die Isopermschleife bildet sich anscheinend umso besser aus, je dichter man das Ferrit sintert, je mehr man also eine vermutete Scherung herabsetzt. Die hier beschriebenen Kerne haben eine Dichte von $4,7$ bis $4,9\text{ g/cm}^3$. Bei niedriger Temperatur gesinterte porige Ferrite mit einer Dichte von $4,1\text{ g/cm}^3$ haben zwar eine geringere Anfangspermeabilität, aber kein so gut ausgeprägte Isopermschleife.

2. Gibt man dem Ferrit geringe (unmagnetische) Zusätze, die sich (nach GULLAUD [17]) an den Korngrenzen ablagern, z. B. Kalziumoxyd, so wird die Schleife nicht flacher, sondern man findet eine steilere Schleife normaler Form.

3. Wie bereits erwähnt, geht die Isopermschleife bei hoher Temperatur in eine normale, bei tiefer

¹ Im Gegensatz dazu tritt ein Perminvareffekt nur oberhalb eines Permeabilitätsmaximums auf [8], [16].

² Mit diesem Verfahren wurde bereits früher die Isotropie der Rechteckschleife von Magnesium-Mangan-Ferriten nachgewiesen [9].

temperatur in eine rechteckähnliche Schleife über (Abb. 5). Die Flanken dieser Schleifen haben eine größere Steilheit (μ_{diff} etwa 40000 bzw. 19000 bei dem untersuchten Kern) als die bei Zimmertemperatur gemessene Isopermschleife (μ_{diff} etwa 7000). Ferner steigt die Anfangspermeabilität mit wachsender Temperatur bis auf etwa 14000 (Abb. 4). Ein eventueller Scherungsfaktor kann nicht diese Temperaturabhängigkeit haben.

4. Die Anfangsneigung μ_{ideal} der idealen Magnetisierungskurve¹, welche nicht steiler ansteigen kann, als ein vorliegender Scherungsfaktor zuläßt [18], ist bestimmten Temperaturbereichen wesentlich größer als die Anfangspermeabilität der Isopermferrite (Abb. 4). Bei Zimmertemperatur ist zwar die ideale Permeabilität nur etwa doppelt so groß wie die Anfangspermeabilität, so daß man hieraus zunächst schlichterweise auf eine Scherung schließen könnte². Die ideale Permeabilität steigt aber sowohl nach unten als auch nach hoher Temperatur erheblich an, und zwar bei dem untersuchten Kern auf 13000 bzw. 9000 (Abb. 4).

5. Die Isopermferrite haben nicht nur einen geringen h/μ_a -Wert, sondern auch einen — für die betreffende Anfangspermeabilität — anomal kleinen Proportionalitätskoeffizienten h/μ_a^2 . Wäre die Isopermschleife durch Scherung aus einer normalen Schleife entstanden, so müßte h/μ_a^2 nicht anomal klein sein, weil h/μ_a^2 bei Scherung konstant bleibt.

Aus diesen Ergebnissen folgt, daß die Isopermferrite keine wesentlich scherenden unmagnetischen Einschlüsse oder Poren enthalten.

SMIT und WIJN [5] stellten an polykristallinen Eisen mit hexagonaler Kristallstruktur und großer Kristallanisotropie, z. B. an hochgesintertem Bariumferrit, eine starke Scherung durch querliegende Kristallite fest; diese Scherung muß offenbar von der Temperatur abhängen. Es liegt nahe, einen gleichartigen, wenn auch wesentlich schwächeren Effekt bei kubischen Isopermferriten anzunehmen. Dagegen spricht jedoch ein Meßergebnis von GIESEKE und GERGER³; sie fanden an Einkristallen aus Manganferrit eine Isopermschleife in der Richtung leichtester Magnetisierbarkeit, obgleich hier keine querliegenden Kristallite vorhanden sind.

BOZORTH [19] deutet eine anomal kleine Remanenz⁴ auf das Vorhandensein vieler Schließungsbezirke, was zwar als Folge einer sehr geringen Energie der Bloch-Wände. Die gleiche Voraussetzung führt auch ohne Deutung durch die Goodenoughsche Formel, die sich auf die ummagnetisierten Bezirke im Magnetfeld der Korngrenzen ausbilden sollen. Beide Deutungen haben jedoch den Nachteil, daß ihre Voraussetzungen für jeden hochpermeablen Stoff zu-

unannehmbar sind. Die ideale Magnetisierungskurve eines magnetischen Stoffes entsteht, wenn man an den entmagnetisierten Kern ein Magnetfeld anlegt und einen Abmagnetisierungsvorgang schließt mit stetig bis auf Null abnehmender Amplitude. Die verbleibende Induktion wird in Abhängigkeit vom Magnetfeld aufgetragen.

An anderer Stelle [18] wird nachgewiesen, daß eine rechteckähnliche Schleife der idealen Magnetisierungskurve kein notwendiges Maß für eine innere Scherung darstellt. Wird an anderer Stelle veröffentlicht.

Bei den von BOZORTH angeführten Beispielen, nämlich Permalloy mit 65% Nickel und Eisen mit 6,5% Silizium, handelt es sich aber (mindestens im ersten Fall) um Zwischenstufen zwischen Permalloy und Perminvar [23].

treffen, daß aber im allgemeinen diese Stoffe keine besonders geringe Remanenz haben.

Grundsätzlich ist es nicht notwendig, daß ein Stoff mit geringer Remanenz zahlreiche Bloch-Wände enthält, denn auch wenige, aber große Schließungsbezirke können die Remanenz vermindern. Für eine große Zahl von Wänden spricht jedoch neben dem geringen Hysteresewert h/μ_a (s. oben) noch eine Auswertung des von METZDORF angegebenen Zusammenhangs zwischen Hystereseverlust und Nachwirkungsverlust [20]. Hieraus folgt für die Isopermferrite eine besonders große Zahl von Sprüngen der Bloch-Wände, die man am einfachsten durch eine vergrößerte Zahl von Wänden deuten kann. Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß — wie BOZORTH schon erwähnt — Stoffe mit geringer Wandenergie sehr dicke Bloch-Wände haben; möglicherweise wird die Hystereseebene gesenkt, weil die dicken Wände gegenseitig ihre Bewegung behindern.

Die naheliegende Deutung der Isopermschleife allein durch reversible Drehprozesse scheitert an der fehlenden Quervorzugslage.

Aus einer geringen Remanenz folgt noch nichts über die Form der Schleife. Tatsächlich treten neben schrägliegenden rhomboidförmigen Schleifen auch stark gekrümmte Schleifen auf. Hierüber wird an anderer Stelle berichtet.

Eigenartigerweise haben die isotropen Isopermferrite ein Preisach-Diagramm, welches mehr dem eines normalen Ferrits ähnelt als dem eines anisotropen Isopermferrits [18]. Die Besetzungsdichte ist natürlich relativ gering. Die Linien konstanter Besetzungsdichte verlaufen schräg, was nach den Überlegungen von WILDE und GIRKE [21] darauf hindeutet, daß die Elementarvorgänge miteinander verknüpft sind, und zwar — im Gegensatz zu den Stoffen mit Rechteckschleife — im Sinne einer Gegenkopplung. Vielleicht ist dies der Ausdruck für die oben ange-deutete gegenseitige Behinderung der Bloch-Wände.

Zusammenfassung

Verändert man den Eisenoxydgehalt von Mangan-Zink-Ferriten von etwa 51 bis zu etwa 58 Mol-%, so treten alle bekannten Formen von Magnetisierungsschleifen auf: Rechteckschleife, normale Schleife, Isopermschleife und Perminvarschleife. Die Anfangspermeabilität hat ihren höchsten Wert im Isopermgebiet, der relative Hystereseeffizient h/μ_a nimmt in obiger Reihenfolge ab. Die Isopermferrite sind besonders stabil gegen ein vorübergehend wirkendes Magnetfeld. Soweit die Permeabilitäts-Temperatur-Kurve der Isopermferrite ein sekundäres Maximum aufweist, ist der Isopermeffekt in der Umgebung dieses Maximums besonders gut ausgeprägt. Bei tiefer Temperatur, z. B. unter -80°C , geht die Isopermschleife in eine rechteckähnliche Schleife, bei hoher Temperatur, z. B. bei $+100^\circ\text{C}$, in eine normale Schleife über.

Die Isopermschleife entsteht spontan, ohne daß die Kerne im Magnetfeld getempert werden müssen; sie wird weder durch eine Anisotropie des Kerns noch durch eine Scherung verursacht, sondern möglicherweise durch eine große Zahl von Bloch-Wänden.

Das Preisach-Diagramm dieser isotropen Isopermferrite ähnelt mehr dem eines normalen Ferrits als dem eines anisotropen Isoperms. Aus der Verzerrung

der Linien konstanter Besetzungsdichte kann man auf eine Verkopplung der Elementarvorgänge schließen, welche das Vorzeichen einer Gegenkopplung hat.

Literatur: [1] BOZORTH, R. M.: *Ferromagnetism*, S. 125 u. 157. Toronto-New York-London 1951. — PAWLEK, F.: *Magnetische Werkstoffe*, S. 242. Berlin-Göttingen-Heidelberg 1952. — [2] KORNETZKI, M.: *Ann. Phys., Lpz.* 5, F. 43, 203 (1943), Abb. 1. — [3] ALBERS-SCHOENBERG, E.: *J. Appl. Phys.* 25, 152 (1954). — [4] SMIT, J., u. H. P. J. WIJN: *Ferrites*, Fig. 43.6, 43.7 u. 60.2. Eindhoven 1959. — [5] *Bauformblatt B 60 151*, Blatt 2, der Siemens & Halske AG, Ausgabe 4. 1958 (Werkstoff 2000 N 28). — ALBERS-SCHOENBERG, E.: *J. Amer. Ceram. Soc.* 41, 484 (1958), Fig. 1. — [6] KORNETZKI, M., E. MOSER u. E. RÖSS: *Naturwissenschaften* 47, 274 (1960). — [7] BOZORTH, R. M.: *Ferromagnetism*, S. 121 u. 170. Toronto-New York-London 1951. — [8] Zusammenstellung siehe KORNETZKI, M.: *Elektrotechn. Z. A* 80, 605 (1959). — [9] KORNETZKI, M.: *Frequenz* 9, 81 (1955). — [10] BOZORTH, R. M.: *Ferromagnetism*, S. 502. Toronto-New York-London 1951. — [11] GOODENOUGH, J. B.: *Phys. Rev.* 95, 917 (1954). — [12] KORNETZKI, M.: *Z. angew. Phys.* 8, 127 (1956); 10, 368

(1958). — [13] SMIT, J., u. H. P. J. WIJN: *Ferrites*, Fig. 48.8. Eindhoven 1959. — [14] ENZ, U.: *Physica, Haag* 24, 60 (1958). — RÖSS, E.: *Naturwissenschaften* 46, 65 (1959). — [15] Siehe z. B. KORNETZKI, M., J. BRACKMANN u. J. FREY: *Siemens-Z.* 29, 434 (1955), Bild 2. — SMIT, J., u. H. P. J. WIJN: *Ferrites*, Fig. 58.1. Eindhoven 1959. — [16] KORNETZKI, M., J. BRACKMANN u. J. FREY: *Naturwissenschaften* 42, 482 (1955). — *Siemens-Z.* 29, 434 (1955); 32, 412 (1958). — [17] GUILLAUD, C.: *Proc. Inst. Electr. Engrs. B* 104 Suppl. 5, 165 (1957). — [18] KORNETZKI, M., u. E. RÖSS: *Z. angew. Phys.* 13, 28 (1961). — [19] BOZORTH, R. M.: *Z. Physik* 124, 519 (1947/48). — [20] METZDORF, W.: *Z. angew. Phys.* 11, 95 (1959). — [21] WILDE, H., u. H. GIRKE: *Z. angew. Phys.* 11, 339 (1959). — GIRKE, H.: *Z. angew. Phys.* 12, 502 (1960). — [22] PEARSON, R. F.: *J. Appl. Phys. Suppl.* zu Vol. 31, No. 5, 160 S. (1960). — [23] LEE, E. W. and A. C. LYNCH: *Phil. Mag. Suppl.* 8, No. 31, 292 (1959), § 5.4.

Dr. MAX KORNETZKI, Dr. ERICH MOSER, Dr. ERICH RÖSS
Werkwerk für Bauelemente
der Siemens & Halske AG,
München

Ladungstransport mit Kunststoffäden im Bandgenerator

Von EDUARDS BAILITIS

Mit 7 Textabbildungen

(Eingegangen am 28. Juli 1960)

1. Einführung

Zur Erzeugung von hoher Gleichspannung bis zu einigen Megavolt wird oft der Bandgenerator angewendet. Das Prinzip der Maschine ist zuerst durch VAN DE GRAAFF [1] bekannt geworden. Durch die Verwendung eines Bandes zu dem Transport der elektrischen Ladungen konnte man eine Ausführung eines statischen Generators realisieren, indem die Wirkung des Faradayschen Käfigs, im Gegensatz zu den ersten Maschinen von HOLZ, TÖPLER und WIMSHURST, voll ausgenutzt wird. Die Elektroden zwischen denen das Hauptfeld entsteht, erhalten Hohlräume. Das Transportband wird über zwei Walzen, die in den Hohlräumen lagern, geführt. In einem Hohlraum werden die elektrischen Ladungen durch eine Hilfsspannung getrennt und das Band mit Ladungen gleicher Polarität belegt. Durch eine mechanische Vorrichtung wird das Band in Bewegung gehalten. Die elektrischen Ladungen werden durch mechanische Arbeit zu dem gegenüberliegenden Hohlraum in die zweite Elektrode gebracht, worin sie zu der Oberfläche der Elektrode restlos abfließen. Ist die Ladungsabnahme so ausgeführt, daß vor dem Abfluß der Ladungen nach der Oberfläche der Elektrode zusätzlich ein Nebefeld entsteht, so kann man die in der entgegengesetzten Richtung sich bewegende Bandhälfte mit Ladungen entgegengesetzter Polarität belegen. Sind beide Ladevorrichtungen so ausgelegt, daß ein Nebefeld zur Ladungstrennung entsteht, so kann man die Maschine ohne eine fremde Hilfsspannung erregen. Die Beladung, die Entladung und die Umladung der Transportfläche ist bei einem Bandgenerator von der Hauptfeldstärke unabhängig. Die Stromstärke des Gerätes ist allein durch die mittlere Ladungsdichte auf dem Transportband und der Flächengeschwindigkeit bedingt.

Zum Transport der elektrischen Ladungen in Bandgeneratoren sind bis heute ausschließlich ein oder mehrere Bänder benutzt worden. Nicht jeder Isolierstoff ist zur Anfertigung des Bandes geeignet. Die mechanische Beanspruchung, besonders bei einer höheren Geschwindigkeit, ist sehr groß. Als geeignetes Material zur Anfertigung des Bandes haben sich einige besonders hergestellte und bearbeitete Gummimassen bewährt. Um die notwendige mechanische Stabilität zu erreichen, wird das Band oft aus einem Seiden- oder Baumwollgewebe hergestellt und mit einer synthetischen oder Natur-Gummimasse überzogen. Die Gummimassen sind bei der Herstellung des Bandes so beliebt geworden, daß man sogar Gewebe aus einem Kunststoff mit ausgezeichneten elektrischen und mechanischen Eigenschaften wie z. B. Perlongewebe mit einem Gummibelag versieht [5].

Die Bandgeschwindigkeit bei technischen Geräten dieser Art liegt zwischen 10 bis 25 m/sec. Die Lebensdauer des Bandes beträgt etwa 400 bis 600 Betriebsstunden.

Die Geschwindigkeit ist durch die Eigenschwingung des Bandes begrenzt. Bei einer höheren Geschwindigkeit wird das Band durch Luftwirbel oder andere mechanische Vorgänge zu Schwingungen angeregt. Im Resonanzfall werden die Schwingungsamplitude so groß, daß ein Betrieb nicht mehr möglich ist.

Die mechanischen Schwierigkeiten treten mit zunehmender Bandbreite bereits bei geringeren Geschwindigkeiten auf. Die Flächengeschwindigkeit kann man bei einem Band durch vergrößern der Breite nicht wesentlich steigern. Die technisch erreichte Flächengeschwindigkeit liegt zwischen $60 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{sec}$ bis $100 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{sec}$.

Auf dem Gebiet der Kunststoffe liegt eine große Auswahl an Isoliermaterialien vor, die ausgezeichnet

elektrische und mechanische Eigenschaften haben. Es sind Materialien mit einer hohen mechanischen Zugfestigkeit und einer hohen Abriebfestigkeit bekannt. Sie haben oft eine hohe elektrische Durchschlagfestigkeit und ebenfalls eine hohe elektrische Überschlagfestigkeit.

Ein besonders geeignetes Material zur Herstellung eines Transportsystems der elektrischen Ladungen in elektrostatischen Maschinen scheinen runde Kunststoffsehnüre zu sein. Eine Transportfläche aus einem runden Fäden verhält sich ähnlich wie ein System aus parallel gespannten Saiten. Die Schwingungsformen einer Fadenwand sind erheblich einfacher als die eines Bandes. Die Eigenfrequenz liegt viel höher bei einem Band und kann durch Zugkraft leicht oberhalb der Eigenresonanz des Gesamtsystems verlagert werden.

Die Stromstärke in elektrostatischen Maschinen

$$I = v_F \cdot \sigma \quad (1)$$

kann durch eine Steigerung der Flächengeschwindigkeit v_F und eine Erhöhung der Ladungsdichte σ vergrößert werden. Die Ladungsdichte steigt mit einem zunehmenden Druck der Umgebungsluft an. Sie beträgt in technischen Geräten bei einem Druck im Tank von 10 bis 20 atm etwa $8 \cdot 10^{-9}$ Asec/cm². Bei einem atmosphärischen Druck kann man die Stromstärke durch eine Erhöhung der Geschwindigkeit des Transportsystems steigern.

Die Geschwindigkeit eines aus den Fäden bestehenden Transportsystems läßt sich bei einer breiteren Fläche wesentlich über die Geschwindigkeit eines schmalen Bandes steigern. In dieser Arbeit ist der Stromtransport der elektrischen Ladungen durch runde Kunststoffsehnüre aus Polyamid (Perlon) untersucht.

2. Abschätzung der zu erwartenden Beladungsdichte

Aus dem Gaußschen Satz in der Elektrostatik ist der Maximalwert der Ladungsdichte für ein ebenes Feld von KOSSEL [2] abgeleitet worden. Die Ergebnisse von KOSSEL sind nochmals von KESSLER [3] bestätigt worden. Über die Ergebnisse in bezug auf die sog. doppelte Bandbeladung ist in diesen Arbeiten eine Übereinstimmung erzielt worden. Nach Aufhebung von KOSSEL könnte man auf die Transportfläche eine Ladungsdichte von $2 \cdot 2,65 \cdot 10^{-9}$ Asec/cm² erreichen, wobei dieser Betrag die maximale Ladungsdichte auf ebene Flächen bei einem atmosphärischen Druck darstellt. Nach Interpretation von KESSLER kann man bei gleichen Verhältnissen nur einen halben Betrag erreichen.

Zur Abschätzung der Ladungsdichte kann man auch aus der Energiegleichung des elektrostatischen Feldes ausgehen. Die Energie eines elektrostatischen Feldes ist durch die Beziehung

$$P = \int_V \frac{\epsilon \epsilon_0}{2} E^2 dV \quad (2)$$

gegeben, worin P die Energie, E die Feldstärke, ϵ die relative Permittivität und dV das Volumenelement bedeutet.

Sind zwei ebene Flächen mit elektrischen Ladungen entgegengesetzter Polarität belegt und liegen die

Flächen parallel, so ist das Feld homogen. Der Energieinhalt eines Zylinders mit der Grundfläche F , dessen Mantelfläche mit den Kraftlinien parallel liegt, beträgt

$$P = \frac{\epsilon \epsilon_0}{2} E^2 F d, \quad (3)$$

worin d die Länge des Zylinders bedeutet. Liegt auf der Fläche eine Ladungsmenge Q und beträgt die Potentialdifferenz U , so besteht die Beziehung

$$\epsilon \epsilon_0 E^2 F d = Q U. \quad (4)$$

Berücksichtigt man, daß $U = E \cdot d$ ist, so folgt für die Ladungsdichte $\sigma = Q/F$ die bekannte Beziehung

$$\sigma = \epsilon \epsilon_0 E. \quad (5)$$

Die elektrische Durchschlagfestigkeit der Luft beträgt etwa 30 kV/cm. Setzt man diesen Wert in (5) ein, so ergibt sich für die maximale Beladungsdichte der Betrag von

$$\sigma = 2,65 \cdot 10^{-9} \text{ Asec/cm}^2. \quad (5a)$$

Die Anordnung kann man spiegelsymmetrisch erweitern. Die Gesamtanordnung ähnelt einem Doppelkondensator. Die mittlere Fläche kann eine doppelte Ladungsmenge erhalten. Die maximale Ladungsdichte beträgt $\sigma = 2 \cdot 2,65 \cdot 10^{-9}$ Asec/cm² bzw. 16 cgs-Einheiten pro cm². Nur dann wenn das Band in einem Generator von der Beladung bis zu der Entladung in dem Hochspannungshohlraum so geführt wird, daß es auf der Mittelebene eines Doppelkondensators bleibt, kann man die Ladungsdichte bis zu diesem doppelten Betrag steigern.

In keinen experimentellen Arbeiten ist dieser Betrag erreicht worden. Die Ladungsdichten auf dem Band, die durch eine einfache Beladevorrichtung erreicht worden sind, betragen etwa $1,4 \cdot 10^{-9}$ bis $1,6 \cdot 10^{-9}$ Asec/cm². Durch eine sorgfältig überlegte Elektrodenführung in der Beladevorrichtung, wie das von A. FLAMMERSFELD und G. WEBER [4] beschrieben worden ist, kann man die Ladungsdichte bis zu einem Betrag von $2,6 \cdot 10^{-9}$ Asec/cm² steigern.

Nach der erfolgten Beladung ist es nicht von Bedeutung zu wissen, ob sich die Ladungen auf der einen oder der anderen Seite des Bandes befinden, wie das von KESSLER angeführt ist. Bestimmend ist das von dem Band entspringende Feld. Ist das Feld spiegelsymmetrisch, so kann man bei der Abschätzung der Ladungsdichte für die Feldstärke den Durchbruchwert einsetzen, was zu dem Ergebnis von KOSSEL führt. Die Annahme von KESSLER, daß die Hälfte von den Ladungen auf dem Band eigene Influenzladungen sind, die zum Stromtransport keinen Beitrag liefern, scheint nicht zutreffend zu sein.

Die Beladungsdichte ist durch das resultierende Feld auf der Fläche des Ladungsträgers bedingt. Benutzt man runde Isoliersehnüre aus Kunststoff, so kann man die erreichbare Ladungsdichte wie folgt abschätzen. Auf einem runden Isolierstab mit dem Radius r und der Länge l ist eine Ladungsmenge Q homogen auf der gesamten Mantelfläche verteilt. Das resultierende Feld ist achsial symmetrisch. Die radiale Feldstärke beträgt

$$E_r = \frac{Q}{2\pi r l \epsilon_1 \epsilon_0}, \quad (6)$$

worin ϵ_1 die Dielektrizitätskonstante der Umgebungsatmosphäre bedeutet. Bei einer radialen Feldstärke

von 30 kV/cm ergibt sich eine Ladungsdichte von

$$\sigma = \frac{Q}{2\pi l} = \frac{30 \cdot 10^3}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11}} = 8,3 \cdot 10^{-9} \text{ Asec/cm}^2. \quad (7)$$

Der Diametralquerschnitt ist hierbei als Bezugsfläche gewählt. Diese Beladungsdichte ist auch dann zu erwarten, wenn die Feldlinien auf zwei parallelen Ebenen sich gleichmäßig verteilen. Enden die Feldlinien nur auf eine Ebene, so ist nur mit einem halben Betrag $\sigma = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Asec/cm}^2$ zu rechnen.

Nach den Messungen von PETERSEN und W. O. SCHUMANN [6] ist die Durchschlagfestigkeit bei einer zylindrischen Elektrodenanordnung nicht auf 30 kV/cm

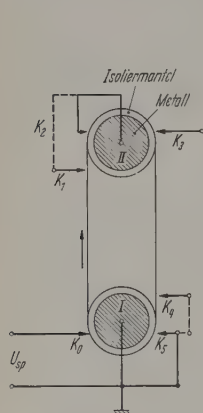


Abb. 1

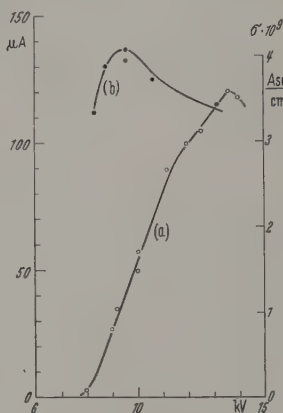


Abb. 2

Abb. 1. Versuchsanordnung. Die Fadenwand ist über zwei rotierende Rollen I und II aufgespannt. Der Pfeil gibt die Bewegungsrichtung der Wand an. Die Beladung, Entladung und die Umladung erfolgt mit Hilfe der Kämme K_1 bis K_5 . Die Erregungsspannung ist zwischen K_4 und der Erdklemme angeschlossen

Abb. 2 a u. b. Der von der Fadenwand transportierte Strom und die Beladungsdichte. a) Strom von der unteren zu der oberen Rolle; b) Strom von der oberen zu der unteren Rolle

beschränkt. Bei einem Innenradius von 1 cm und einem Druck von 760 Torr und 20°C beträgt die Durchschlagfeldstärke in der Luft 40,2 kV/cm. Sie steigt mit einem abnehmenden Radius noch an. Die ermittelte Ladungsdichte von $\sigma = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Asec/cm}^2$ auf runden Isolierfäden stellt keinen Höchstwert dar. Auf dünnen Fäden kann die Ladungsdichte einen höheren Betrag erreichen.

3. Versuchsanordnung und Meßergebnisse

In Abb. 1 ist die Versuchsanordnung schematisch wiedergegeben. Über zwei Rollen, die isoliert voneinander angeordnet sind, ist eine Perlonschnur mit einem Durchmesser von 1 mm in mehreren nebeneinanderliegenden Lagen aufgespannt. Die beiden Rollen aus Aluminium sind mit einer Isolierschicht überzogen. Die Isolierschicht ist mit nebeneinanderliegenden Rillen versehen, in denen die Schnur gelagert wird. Über eine Umlenkvorrichtung sind die beiden Schnürenden endlos verbunden. Die eine Rolle wurde mit einem Motor angetrieben. Bei einem sauberen mechanischen Aufbau konnte man die Fadenwand auch bei größeren Geschwindigkeiten schwingungsfrei laufen lassen.

Zur Beladung der Fadenwand ist ein Sprühkamm K_0 angebracht. Die Hochspannung wird zwischen dem Sprühkamm und dem inneren Rollenbelag

angeschlossen. Bei einer genügend hohen Spannung fließen die Ladungen von der Sprühspitze auf die Isolierschicht der Rolle, und auf die in die Rille gelegte Schnur. Die Ladungen, die auf der Fadenfläche liegen, werden zu der zweiten Rolle transportiert und in der Nähe derselben mit einem Abnahmekamm K_1 abgenommen. Die auf der Isolierschicht der Rolle verbleibende Ladung wird an irgendeiner anderen Stelle mit einem weiteren Kamm K_5 entfernt, so daß in der Umgebung der Beladung dauernd der gleiche Zustand herrscht. Wird die auf der Rolle verbleibende Ladung nicht abgenommen, so entsteht nach einigen Umdrehungen der Rolle ein Potentialausgleich, so daß die Sprühung bei dem Beladungskamm aussetzt. Die Fadenwand erhält keine Ladungen und der Ladungstransport wird unterbrochen.

Die Fadenwand wurde mit einer Geschwindigkeit von 40 m/sec angetrieben. Die Sprühspannung wurde langsam gesteigert und der von der Fadenwand transportierte Strom gemessen. Die Ergebnisse sind in Abb. 2 graphisch aufgetragen. Der Strom steigt linear mit der Sprühspannung an, erreicht einen Maximalwert und nimmt ab. Kurz vor dem Maximalwert ist eine Neigungsänderung der Kurve zu sehen. Hier dürfte es sich um einen Nebenschluß handeln, da die eine Neigungskurve auf der Sprühstromkurve (Abb. 4) zu erkennen ist.

Der von der Fadenwand transportierte maximale Strom beträgt 120 μA . Die Fadenwand bestand aus 84 Fäden mit einem Durchmesser von 1 mm.

Der gesamte Diametralquerschnitt beträgt 8,4 cm. Die Flächengeschwindigkeit des Diametralquerschnitts beträgt $v_F = 33,6 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{sec}$. Für die auf dem Diametralquerschnitt bezogene maximale Beladungsdichte findet man den Betrag von

$$\sigma = \frac{I_F}{v_F} = 3,6 \cdot 10^{-9} \text{ Asec/cm}^2. \quad (8)$$

Die Kurve (b) in Abb. 2 gibt den Strom auf der ablaufenden Fadenwand wieder. Die Kämme K_1 und K_2 an der zweiten Rolle sind mit dem Innenbelag, der Kamm K_3 mit der Grundplatte, die auf dem Erdpotential liegt, verbunden. Die ursprünglich aufgesprühnten Ladungen fließen auf den Innenbelag der zweiten Rolle. Zwischen dem geerdeten äußeren Kamm K_3 und der Innenfläche der Rolle entsteht ein elektrisches Feld, dem zufolge die Fadenwand mit Ladungen entgegengesetzter Polarität belegt wird. Die abwärts transportierten Ladungen werden durch den Kamm K_4 an der ersten Rolle abgenommen und der Strom gemessen.

Der abwärts transportierte Strom steigt steil zu dem Maximalwert an und nimmt dann mit einer steigenden Sprühspannung allmählich ab. Der maximale Strom beträgt 137 μA , was eine Beladungsdichte von $4,1 \cdot 10^{-9} \text{ Asec/cm}^2$ ergibt.

Die Ergebnisse stimmen gut mit der zu erwartenden Beladungsdichte laut durchgeführter Abschätzung überein. Die Breite der Fadenwand betrug 14 cm. Betrachtet man als Träger ein Band von dieser Breite, so beträgt die Flächengeschwindigkeit $v_F = 56 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{sec}$. Die mittlere Beladungsdichte wäre demnach $\sigma = 2,45 \cdot 10^{-9} \text{ Asec/cm}^2$, was gut mit der zu erwartenden Ladungsdichte auf einem Band übereinstimmt.

4. Versuchsmaschine

Die Versuchsanordnung war ein Teil der späteren Versuchsmaschine. Die Maschine ist von K. WILTZKI konstruiert und sorgfältig aufgebaut worden. Ein Teilausschnitt ist in Abb. 3 abgebildet. Auf einer Grundplatte aus Metall ist die untere Rolle mit dem Antriebsmechanismus und dem Umlenkensystem für den freien Fadenlauf montiert. Ein besonders geformtes Profil aus Plexiglas, welches aus mehreren, teilweise geformten Einzelteilen zusammengeklebt worden war, ist auf der Grundplatte befestigt. Die zweite, auf der Hochspannungsseite liegende Rolle ist auf dem Plexiglasprofil montiert. Durch eine Vorrichtung konnte man den Abstand der Rollen auf eine Weite von etwa 5 cm verstellen und damit die notwendige mechanische Vorspannung der Fadenwand geben. Über das Transportsystem wurde ein viereckig geformtes Plexiglasgehäuse gestülpt. Dadurch wurde die notwendige Stabilität erreicht. Das Gehäuse des Gerätes konnte man dicht durch einen Deckel abschließen, so daß es möglich war den Ladungstransport in einer getrennten für sich abgeschlossenen Atmosphäre vorzunehmen. Die Rollen waren sorgfältig abgewuchtet, so daß man die Geschwindigkeit der Fadenwand in dem Generator auf 50 m/sec erhöhen konnte. Über die Grundplatte und der oberen Rolle wurden Elektroden mit einem großen Krümmungsradius angeordnet.

Der Generator wurde mit einer Fremderregung betrieben. Die Hochspannung wurde mit einer Kugelenkenstrecke gemessen. Die maximale Spannung betrug 500 kV. Bei einer vergrößerten Funkenstrecke folgten Durchschläge von der oberen zu der unteren Elektrode. Bei einer Spannung von 450 kV betrug der mittlere Entladungsstrom über eine Funkenstrecke 0,25 mA. Eine kleine Zugabe von CCl_4 -Dampf wirkte einen Stromanstieg bis 0,3 mA. Die Eignung der runden Kunststoffschnüre für den Transport der elektrischen Ladungen in Bandgeneratoren dürfte man erwiesen betrachten können.

Die Stromverteilung auf der laufenden Fadenwand und der rotierenden Rolle

Von dem Sprühkamm K_0 fließt auf die erste Rolle der Strom I_{sp} . Ein Teil von den Ladungen werden durch die laufende Fadenwand nach der zweiten Rolle transportiert, der Rest fließt durch den Abnahmestrom K_5 ab.

Bei einer glatten Rolle ohne Fadenwand fließen von dem Kamm K_5 soviel Ladungen ab wie auf die Mantelfläche von dem Kamm K_0 gelangen. Ist der Stromkreis bei K_5 unterbrochen, so fließen die Ladungen von K_0 nur so lange, bis die Spannungs-Äquivalenz zwischen dem Sprühgerät und der Mantelfläche gleich der Löschspannung der Sprühstrecke $U_M = U_{L0}$ ist. Auf dem Außenmantel befindet sich eine Ladungsmenge

$$Q = U_M \cdot \frac{\epsilon_2 \epsilon_0 2\pi l}{\ln r_1/r_0}, \quad (9)$$

mit l die Länge der Rolle, ϵ_2 die Dielektrizitätskonstante des Isoliermaterials der Mantelfläche, r_1 der Außen- und r_0 der Innenradius bedeuten. Ist die Isolierschicht $r_1 - r_0 = a$ dünn, bzw. das Verhältnis

$a/r_0 \ll 1$, so kann man auch schreiben

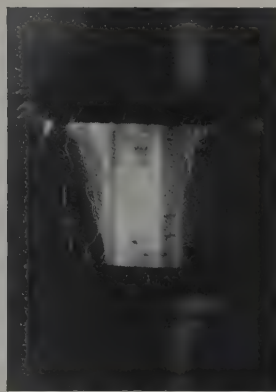
$$Q = U_M \cdot \frac{\epsilon_2 \epsilon_0 2\pi r_1 l}{a}. \quad (10)$$

Die Ladungsdichte auf dem Außenmantel ist

$$\sigma_M = U_M \cdot \frac{\epsilon_2 \epsilon_0}{a} \quad (11)$$

der Spannung proportional. Bei einer konstanten Umlauffrequenz ist der über die Rolle fließende Strom

$$I = U_M \cdot \frac{\epsilon_2 \epsilon_0 2\pi v l r}{a} \quad (12)$$



a



b

Abb. 3a u. b. a Versuchsmaschine; b Teilausschnitt aus dem Transportsystem

der Spannung $U_M = U_{sp} - U_{L0}$ proportional. Den Faktor

$$R = \frac{U_M}{I} = \frac{a}{\epsilon_2 \epsilon_0 2\pi v l r} \quad (13)$$

kann man auch als Ohmschen Widerstand auffassen, deren Wert durch Veränderung der Umlauffrequenz bequem verändert werden kann.

In Abb. 4 ist der Sprühstrom in Abhängigkeit von der Sprühspannung aufgetragen. Von einer Spannung ab 7,6 kV steigt der Strom linear, wie zu erwarten ist, mit der Spannung an. Aus der Steilheit der Kurve ergibt sich der Widerstand der rotierenden Rolle und der Fadenwand von etwa 25 MΩ.

Die Stromaufteilung ist der Abb. 5 zu entnehmen. Aufgetragen sind die Verhältnisse $I_F/I_{sp} = \alpha_F$ und $I_R/I_{sp} = \alpha_R$ als Funktion der Sprühspannung. I_F bedeutet der von der Fadenwand transportierte, I_R der über die Rolle abfließende Strom. Es ergibt sich, daß

$$\alpha_F + \alpha_R = 1 \quad (14)$$

ist, wie zu erwarten war. Die Streuung der Meßwerte scheint von der Reibungselektrizität hervorgerufen worden zu sein, deren Anteil nicht eliminiert war. Sie könnten auch durch Störungen bei der Ladungsabnahme verursacht worden sein.

Der von der Fadenwand transportierte Anteil des Sprühstromes steigt zuerst mit einer steigenden Sprühspannung an, erreicht das Maximum und fällt wieder

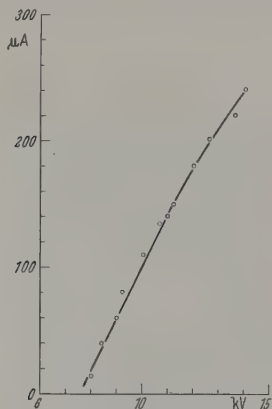


Abb. 4. Sprühstrom auf der unteren Rolle

ab. Der Durchgang durch das Maximum ist flach. Bei den vorhandenen Versuchsbedingungen ist der optimale Kurzschlußbetrieb zwischen einer Sprühspannung von 10 bis 14 kV.

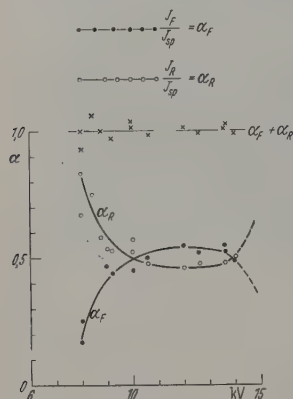


Abb. 5

Abb. 5. Die relative Stromverteilung auf der Fadenwand und der Rolle II in Abhängigkeit von der Spannung am unteren Ladekamm K_3

Abb. 6. Ersatzschema der Ströme in der Versuchsanordnung. $I_F = \alpha_F I_{sp}$; $I_R = \alpha_R I_{sp}$; $I_{er} = \gamma I_{sp}$; $I_k = \delta I_{sp}$; $I_R - I_{er} = \beta I_{sp}$; $\alpha_F + \alpha_R = 1$; $\delta + \beta = 1$

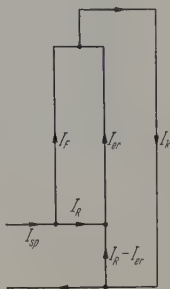


Abb. 6

Abb. 6 wiedergegeben. Mit I_{er} ist der von der ablaufenden Fadenwand transportierte Strom bezeichnet, der von der Selbsterregung an der zweiten Rolle hervorgerufen wird.

Der Erregungsstrom I_{er} fließt in einer entgegengesetzten Richtung wie I_R . Sind die Abnahme-kämme K_4 und K_5 durch ein Meßinstrument mit der Grundplatte verbunden, so zeigt das Instrument die Stromdifferenz $I_R - I_{er}$ an.

Auf der Ordinate in Abb. 7 sind die Größen

$$\frac{I_R - I_{er}}{I_{sp}} = \beta; \quad \frac{I_{er}}{I_{sp}} = \gamma; \quad \frac{I_k}{I_{sp}} = \delta \quad (15)$$

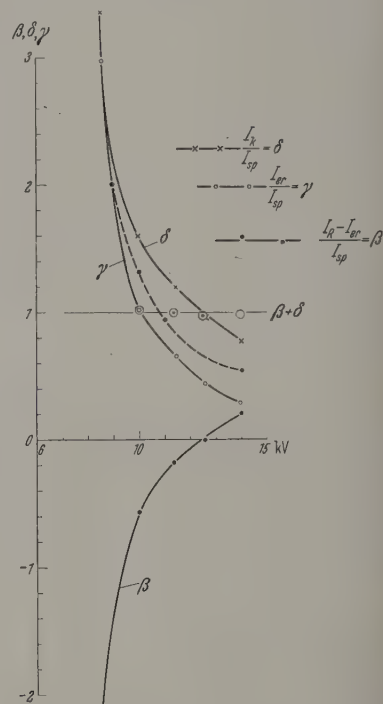


Abb. 7. Stromtransport durch auf- und ablaufende Fadenwand. Das Sprühgerät wird durch den Selbsterregungsstrom der oberen Rolle II nicht belastet

auf der Abszisse der Sprühspannung aufgetragen. Zwischen α , β γ und δ bestehen folgende Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \alpha_R - \gamma \\ \delta &= \alpha_F + \gamma \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Von hier folgt, daß

$$\beta + \delta = 1 \quad (17)$$

ist, was auch experimentell bestätigt wird.

Nach der Beziehung (15) beträgt der Kurzschlußstrom $I_k = I_{sp} \cdot \delta$. Der Faktor δ besteht aus zwei Summanden $\delta = \alpha_F + \gamma$. α_F ist durch die Sprühspannung festgelegt. Nimmt man an, daß der Erregungsstrom I_{er} in der Versuchsanordnung von sich aus auf dem maximalen Wert von etwa 130 μA einstellt, so wären für γ die Werte zu erwarten, die in Abb. 7 durch die gestrichelt aufgetragene Kurve, gegeben sind. Die gemessenen Werte, besonders bei einer

Werden die von der Fadenwand nach der zweiten Rolle transportierten Ladungen dem Innenbelag der zweiten Rolle zugeführt, so entsteht eine Spannungsdifferenz zwischen dem Innenbelag und dem Kamm K_3 . Verbindet man den Kamm K_3 mit der Grundplatte, so fließt ein Strom I_R zwischen Kamm K_3 und der Grundplatte. Die ablaufende Fadenwand wird bei dieser Schaltung mit Ladungen entgegengesetzter Polarität belegt. Demzufolge fließen die von den beiden Fadenwänden transportierten Konvektionsströme in eine Richtung. Das Ersatzschema der Ströme ist in

höheren Sprühspannung sind erheblich kleiner. Das deutet darauf hin, daß bei einer höheren Sprühspannung, die auf den Innenbelag der zweiten Rolle ließenden Ladungen eine zu hohe Erregungsspannung erzeugen. Die Umladung erfolgt nicht in dem optimalen Arbeitsbereich der Rolle.

Bei einer Sprühspannung von 14 kV war für γ ein Betrag von etwa 0,5 zu erwarten. Da bei 14 kV auch $\gamma = 0,5$ beträgt, war für δ ein Wert von $\delta = 1$ zu erwarten. Gemessen wurde $\delta = 0,8$. Statt eines Kurzschlußstromes von 0,24 mA, der zu erwarten war, wurde ein Strom von 0,19 mA gemessen. Der Arbeitspunkt der zweiten Rolle ist besser einzustellen.

Zusammenfassung

Der Transport von elektrischen Ladungen in elektrostatischen Maschinen durch runde Kunststoff-Leitbahnen wird beschrieben. Die Stromverteilung in dem Transportsystem ist untersucht und geklärt worden. Es wurde gezeigt, daß man eine Ladungsdichte von $6 \cdot 10^{-9}$ Asec/cm² bis $4 \cdot 10^{-9}$ Asec/cm² erreichen kann, wobei der Querschnitt des Fadens als Bezugsfläche gewählt ist. Dieser Wert stimmt recht gut mit dem theoretisch ermittelten Betrag überein, wenn man für die Durchschlagfeldstärke der Luft bei einem atmosphärischen Druck den Betrag von 30 kV/cm einsetzt.

Eine kleine Versuchsmaschine ist beschrieben worden. Die Fadenwand, die zu dem Transport benutzt

wurde, bestand aus 84 Perlonfäden mit einem Durchmesser von 1 mm. Die Geschwindigkeit der Fadenwand betrug 50 m/sec. Bei einer Spannung von 450 kV wurde ein mittlerer Entladungsstrom über eine Funkenstrecke von 0,25 mA gemessen. Bei einer geringen Zugabe von CCl₄-Dampf konnte man den Entladungsstrom bis 0,3 mA steigern.

Herrn Professor Dr. H. RAETHER möchte ich für das entgegengebrachte Interesse an dieser Arbeit und für die Diskussionen meinen besten Dank aussprechen. Herrn Dipl.-Ing. K. WILLUTZKI möchte ich für den Aufbau der Versuchsanordnung und der Versuchsmaschine sowie für die geführten Diskussionen an dieser Stelle danken. Herrn W. ZWAKA möchte ich für die Beschaffung der Räume zur Durchführung der Arbeiten danken. Dem Hamburger Forschungsrat sowie der Bundesstelle für zivilen Bevölkerungsschutz habe ich für die finanzielle Unterstützung der Arbeit zu danken.

Literatur: [1] GRAAFF, VAN DE: Phys. Rev. (2) 38, 1919 (1931). — [2] KOSSEL, W.: Z. Physik 111, 264 (1938). — [3] KESSLER, J.: Ann. Phys. (6) 15, 406 (1955). — [4] FLAMMERFELD, A., u. G. WEBER: Z. Naturforsch. 7a, 161 (1952). — [5] ARDENNE, M. v.: Tabellen der Elektronenphysik, Ionenphysik und Übermikroskopie, Bd. II, S. 972. Berlin: VEB-Verlag der Wissenschaft 1956. — [6] SCHUMANN, W. O.: Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Berlin: Springer 1928.

Dr. EDUARDS BAILITIS, Hamburg 19, Ottersbekallee 21

Beugung elektromagnetischer Wellen an rechteckigen Öffnungen in ebenen Metallschirmen

VON HANS SEVERIN und KLAUS KÖRPER

Mit 14 Textabbildungen

(Eingegangen am 18. Juni 1960)

Die exakten Lösungsverfahren für elektromagnetische Beugungsprobleme sind auf einige wenige beugende Objekte beschränkt: Ihre Grenzfläche muß Koordinatenfläche eines Koordinatensystems sein, in dem die Maxwell'schen Gleichungen separierbar sind [1]. Bei der Mehrzahl praktisch interessierender Beugungserscheinungen ist man auf Näherungsverfahren angewiesen. Viele Abstrahlungs- und Ausbreitungsprobleme der Mikrowellentechnik werden nach der aus der Optik bekannten Kirchhoffschen Methode behandelt [2]. Ein speziell für ebene Beugungsschirme angegebenes Verfahren [3], [4] hat sich bei der kreisförmigen und elliptischen Öffnung und bei der Kreistreife im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen [5 bis 9] und der exakten Rechnung [10] gut bewährt, wenn die linearen Abmessungen größer als 2 bis 3 Wellenlängen sind.

Im folgenden soll dieselbe Näherungsrechnung auf rechteckige Öffnungen in Metallschirmen angewendet und die Ergebnisse mit entsprechenden Messungen verglichen werden. Der Fall der rechteckigen Beugungsfläche stellt insofern eine interessante Variante dar, als hier ein Seitenpaar des Rechtecks parallel, das andere senkrecht zum elektrischen Vektor der einfallenden Welle orientiert werden kann. Da die Seitenlängen unabhängig voneinander geändert werden

können, ergibt sich die Möglichkeit, den Einfluß der verschieden „beleuchteten“ Kanten auf das Beugungsfeld zu untersuchen. Seine Struktur hat wegen der in der Mikrowellentechnik verwendeten Hornstrahler, Linsen und Reflektoren von rechteckigem Querschnitt auch einiges praktisches Interesse.

Den Ausgangspunkt unserer Näherungsrechnung bilden die Formeln

$$\left. \begin{aligned} 2\pi \vec{E}_P &= \frac{1}{ik} \operatorname{rot}_P \operatorname{rot}_P \iint d\vec{f}_Q \times \vec{H}_Q \frac{e^{-ikr}}{r} \\ 2\pi \vec{H}_P &= -\operatorname{rot}_P \iint d\vec{f}_Q \times \vec{H}_Q \frac{e^{-ikr}}{r} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Sie gestatten, das elektromagnetische Feld \vec{E}_P, \vec{H}_P im Aufpunkt P aus der Tangentialkomponente des Magnetfeldes ($d\vec{f}_Q \times \vec{H}_Q$) auf einer ebenen Randfläche zu berechnen. Dabei bedeutet $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ die Wellenzahl, und r den Abstand des Aufpunktes P vom Flächenelement $d\vec{f}_Q$ der Randfläche. Die Integration ist über die ganze Ebene zu erstrecken. Hier bilden Schirm und beugende Öffnung die Randfläche. Da die Tangentialkomponente des Magnetfeldes nicht in der ganzen Schirmebene bekannt ist, können die strengen Formeln (1) nur approximativ angewendet

werden. Zwar kennt man in der Öffnung die Tangentialkomponente des Magnetfeldes, die exakt gleich der der einfallenden Welle ist. Hinter dem Schirm ist der Randwert jedoch unbekannt, und man setzt im Kirchhoffschen Sinne $\vec{d}f_0 \times \vec{H}_0 = 0$. In dieser Näherung werden die Integrationen in (1) also nur über die Fläche F der beugenden Öffnung ausgeführt. Der vernachlässigte Beitrag der Schirmfläche, bezogen auf den der Öffnung, und damit die Ungenauigkeit dieser Näherung nehmen erfahrungsgemäß ab, wenn bei gegebener Wellenlänge die Öffnung größer wird.

Liegt die Blende in der Ebene $z = 0$ eines kartesischen Koordinatensystems, so ist der Abstand r des Beobachtungspunktes $P(x, y, z)$ von einem Punkt $Q(\xi, \eta)$ der Öffnung

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}. \quad (2)$$

Für eine in z -Richtung einfallende ebene Welle ist die Tangentialkomponente des Magnetfeldes in der Öffnung konstant. Liegt der E -Vektor der einfallenden

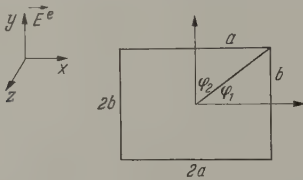


Abb. 2. Aufteilung des Integrationsbereiches für Aufpunkte längs der Mittelnormalen

Welle parallel zur y -Achse, dann bleibt von dem in (1) auftretenden Hertzschen Vektorpotential nur die y -Komponente

$$\Pi = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\lambda}{i} E_0 \iint_F \frac{e^{-ikr}}{r} df_0 \quad (3)$$

übrig. Vom Beugungsfeld interessiert in erster Linie die Komponente, die in Richtung des E -Vektors der einfallenden Welle liegt. Man erhält sie nach (1) und (3) aus

$$E_y = k^2 \Pi + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2}. \quad (4)$$

Nach Differentiation unter dem Integral, Einführung von Polarkoordinaten ϱ, φ und Integration über r findet man für Aufpunkte innerhalb des Zylinders mit F als Grundfläche [7]

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_y}{E_0} &= e^{-ikz} - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} e^{-ikr_0} \times \\ &\times \left\{ 1 - \frac{i}{kr_0} + \left(3 \frac{i}{kr_0} - \frac{z^2}{r_0^3} \frac{i}{kr_0} - \frac{\varrho_0^2}{r_0^3} \right) \sin^2 \varphi \right\} d\varphi, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} r_0(\varphi) &= \sqrt{\varrho_0^2(\varphi) + z^2} \\ &= \sqrt{(x - \xi_0)^2 + (y - \eta_0)^2 + z^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

und ξ_0, η_0 die Koordinaten des Randes der Öffnung bedeuten (Abb. 1).

Bei der nun folgenden Anwendung von (5) auf eine rechteckige Öffnung mit den Seiten parallel zur x - und y -Achse, beschränken wir uns auf gewisse Symmetrielinien, um den Aufwand bei der späteren numerischen Auswertung in erträglichen Grenzen zu halten. Auf der Mittelnormalen des Rechtecks haben E - und H -Feld dieselbe Richtung wie in der einfallenden Welle [11]. Daher ist in diesem Fall die Komponente E_y identisch mit dem Gesamtfeld E . Bezeichnen $2a$ und $2b$ die Längen der Rechteckseiten parallel zur x - und y -Achse (Abb. 2), so folgt aus (5) für Punkte der Mittelnormalen hinter der Öffnung (d.h. längs der Geraden $x = y = 0, z > 0$):

$$\begin{aligned} \frac{E}{E_0} &= e^{-ikz} - \\ &- \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_1} e^{-ikr_{01}} \left\{ 1 + \frac{z^2}{r_{01}^3} + \frac{i}{kr_{01}} \frac{\varrho_{01}^2}{r_{01}^3} \right\} d\varphi - \\ &- \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_2} e^{-ikr_{02}} \left\{ 1 + \frac{z^2}{r_{02}^3} + \frac{i}{kr_{02}} \frac{\varrho_{02}^2}{r_{02}^3} \right\} d\varphi + \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_1} e^{-ikr_{01}} \left\{ 3 \frac{i}{kr_{01}} - \frac{z^2}{r_{01}^3} \frac{i}{kr_{01}} - \frac{\varrho_{01}^2}{r_{01}^3} \right\} \cos 2\varphi d\varphi - \\ &- \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_2} e^{-ikr_{02}} \left\{ 3 \frac{i}{kr_{02}} - \frac{z^2}{r_{02}^3} \frac{i}{kr_{02}} - \frac{\varrho_{02}^2}{r_{02}^3} \right\} \cos 2\varphi d\varphi \end{aligned}$$

mit

$$\varrho_{01} = \frac{a}{\cos \varphi}; \quad r_{01} = \sqrt{\varrho_{01}^2 + z^2}; \quad \varphi_1 = \arctan \frac{b}{a}$$

$$\varrho_{02} = \frac{b}{\cos \varphi}; \quad r_{02} = \sqrt{\varrho_{02}^2 + z^2}; \quad \varphi_2 = \arctan \frac{a}{b} = \frac{\pi}{2} - \varphi_1.$$

Da Gl. (7) für beliebige Werte von a und b gilt, kann entweder die längere oder die kürzere Rechteckseite parallel zur Polarisation der einfallenden Welle, d.h. parallel zur y -Achse genommen werden. Eine Vertauschung der Zahlenwerte von a und b sowie von φ_1 und φ_2 in (7) entspricht offenbar einer Drehung des Rechtecks um $\pi/2$. Daher unterscheiden sich die beiden Fälle nur durch das Vorzeichen der beiden Integrale mit $\cos 2\varphi$ im Integranden, was für die spätere numerische Auswertung günstig ist. Bei der quadratischen Öffnung ($a = b; \varphi_1 = \varphi_2 = \pi/4$) heben sich diese Glieder weg, und (7) vereinfacht sich zu

$$\frac{E}{E_0} = e^{-ikz} - \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/4} e^{-ikr_0} \left\{ 1 + \frac{z^2}{r_0^3} + \frac{i}{kr_0} \frac{\varrho_0^2}{r_0^3} \right\} d\varphi. \quad (8)$$

Auch für den Mittelpunkt der rechteckigen Öffnung ($z = 0, r_0 = \varrho_0$) ergibt sich aus (7) nach einigen elementaren Umformungen ein wesentlich einfacherer Ausdruck

$$\frac{E}{E_0} = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\varphi_1} e^{-i \frac{ka}{\cos \varphi}} d\varphi - \frac{2i}{\pi} \frac{1}{kb} \int_0^{\varphi_2} e^{-i \frac{kb}{\cos \varphi}} \cos \varphi d\varphi. \quad (9)$$

An dieses Ergebnis knüpfen wir bei der Berechnung des Feldes entlang der beiden Mittellinien des Rechtecks an. Der einzige Unterschied bei der Berechnung des Integrals (5) besteht darin, daß die rechteckige Öffnung durch die Lage des Aufpunktes jetzt nicht mehr in vier gleiche, sondern in zweimal zwei gleiche

Rechtecke zerlegt wird (Abb. 3). Im übrigen erhält man nach ganz analoger Rechnung wie oben

entlang der x -Achse

$$= 1 - \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_1} e^{-i \frac{k(a-x)}{\cos \varphi}} d\varphi - \frac{i}{\pi} \frac{1}{kb} \int_0^{\varphi_1} e^{-i \frac{kb}{\cos \varphi}} \cos \varphi d\varphi - \\ & \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_2} e^{-i \frac{k(a+x)}{\cos \varphi}} d\varphi - \frac{i}{\pi} \frac{1}{kb} \int_0^{\varphi_2} e^{-i \frac{kb}{\cos \varphi}} \cos \varphi d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

und entlang der y -Achse

$$= 1 - \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_1} e^{-i \frac{ka}{\cos \varphi}} d\varphi - \\ & \frac{i}{\pi} \frac{1}{k(b-y)} \int_0^{\varphi_1} e^{-i \frac{k(b-y)}{\cos \varphi}} \cos \varphi d\varphi - \\ & \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_2} e^{-i \frac{ka}{\cos \varphi}} d\varphi - \\ & \frac{i}{\pi} \frac{1}{k(b+y)} \int_0^{\varphi_2} e^{-i \frac{k(b+y)}{\cos \varphi}} \cos \varphi d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

aus Symmetriegründen hat das E -Feld in der H -Ebene ($z=0$) und damit längs der x -Achse nur eine y -Komponente; in der E -Ebene ($x=0$) ist noch eine Komponente $E_z \neq 0$ möglich [11], jedoch ist für alle Punkte in der Öffnung F die Normalkomponente von E gleich der der einfallenden Welle, d.h. in unserem Fall $E_z=0$. Daher ist längs des in der Öffnung liegenden Abschnitts der y -Achse E_y ebenfalls die Gesamtfeldstärke.

Keines der in den Ergebnissen (7) bis (11) auftretenden Integrale läßt sich geschlossen auswerten. Sie werden daher durch Planimetrieren gewonnen. Die Berechnung des Feldes auf der Mittelnormale (Abb. 7) auftretenden sechs Integrale lassen sich in zwei Gruppen zu je drei ordnen, von denen die eine aus der anderen durch Multiplikation der Integranden mit dem Faktor $\frac{\cos 2\varphi}{r_0}$ oder $r_0 \cos 2\varphi$ hervorgeht. Die komplexen Integranden werden in Real- und Imaginärteil gespalten, deren Verlauf für feste z -Werte als Funktion von φ in dem durch die Seitenlängen des Rechtecks bestimmten Intervall $0 \leq \varphi \leq \varphi_{1,2}$ gezeichnet und die Kurven planimetriert. Bei einer rechteckigen Öffnung mit $2a=6\lambda$ und $2b=4\lambda$ erwiesen sich 25 verschiedene z -Werte als ausreichend, um den Verlauf von E längs der Mittelnormale genau genug wiederzugeben (Abb. 4). Die Auswahl geeigneter z -Werte wurde erleichtert durch den für dasselbe Rechteck von STENBERG berechneten Potentialverlauf $|II|$, der den Schalldruck vor einer rechteckigen Kolbenmembran im unendlichen schallharten Schirm darstellt [12]. Mit den obigen numerischen Ergebnissen konnte ferner das Feld auf der Mittelnormale der quadratischen Öffnungen mit $2a=4\lambda$ und 6λ angegeben werden (Abb. 5 und 6).

Bei der Berechnung des Feldes im Mittelpunkt der rechteckigen Öffnung wurde für drei feste Werte der Seitenlängen (Länge $=2\lambda, 3\lambda, 4\lambda$) die Länge kontinuierlich zwischen $0,4\lambda$ und 4λ variiert. Dies geschah mit a und b , um wieder den Einfluß

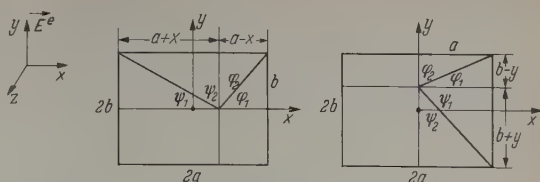


Abb. 3. Aufteilung des Integrationsbereiches durch Aufpunkte längs der x - oder y -Achse

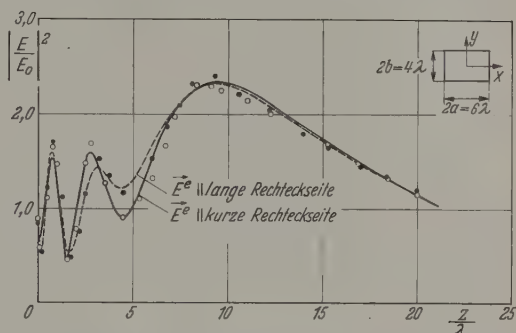


Abb. 4. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke auf der Mittelnormale der rechteckigen Öffnung mit den Seitenlängen 6λ und 4λ , für beide Polarisationsrichtungen, berechnet (—, ---) und gemessen (\circ , \bullet)

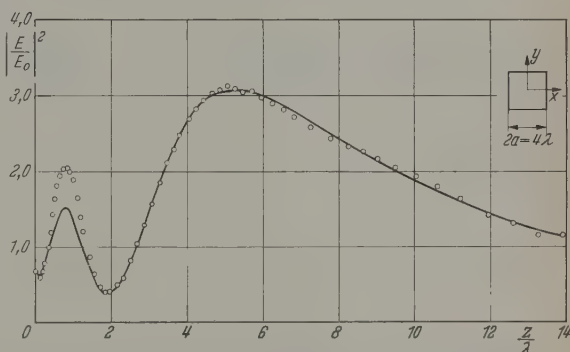


Abb. 5. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke auf der Mittelnormale hinter einer quadratischen Öffnung der Seitenlänge $2a=4\lambda$, gerechnet (—) und gemessen (\circ)

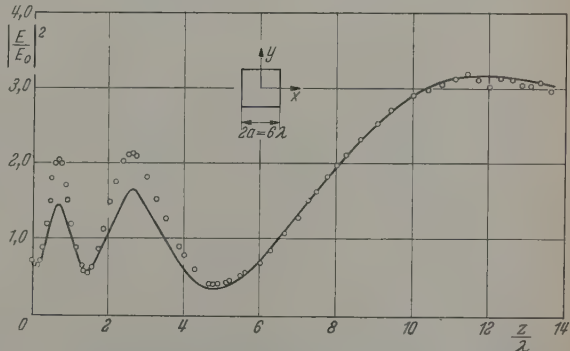


Abb. 6. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke auf der Mittelnormale hinter einer quadratischen Öffnung der Seitenlänge $2a=6\lambda$, gerechnet (—) und gemessen (\circ)

der Polarisation untersuchen zu können. Bei der Auswertung von (9) erscheint die unabhängige Variable a oder b diesmal auch in der oberen Grenze φ_1 und φ_2 der Integrale. Daher wurden Real- und Imaginärteil

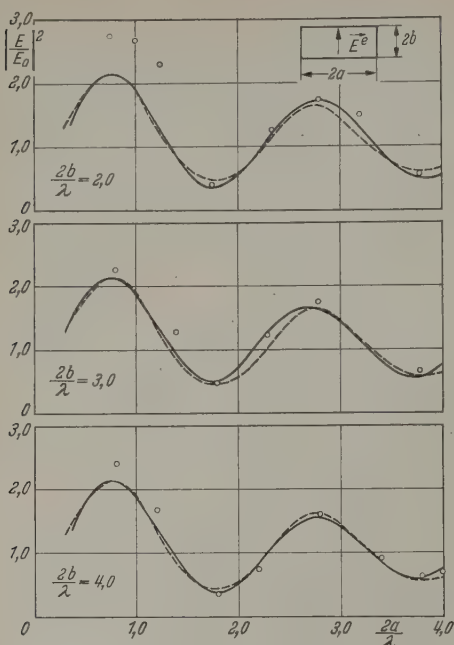


Abb. 7. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke im Mittelpunkt einer rechteckigen Öffnung in Abhängigkeit von der Länge der zum E -Vektor der einfallenden Welle senkrechten Seite, gerechnet (—) und gemessen (○). Entsprechende Rechnung für den unendlich langen Spalt: ---

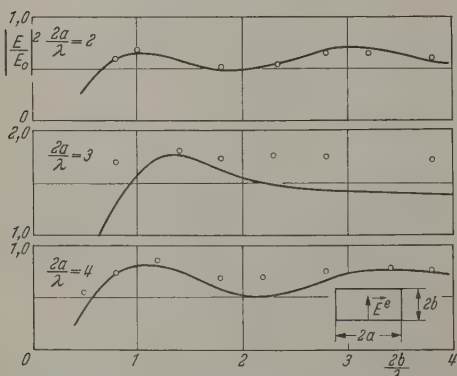


Abb. 8. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke im Mittelpunkt einer rechteckigen Öffnung in Abhängigkeit von der Länge der zum E -Vektor der einfallenden Welle senkrechten Seite, gerechnet (—) und gemessen (○). (Beachte die Unterdrückung des Ordinatennullpunktes bei der mittleren Figur!)

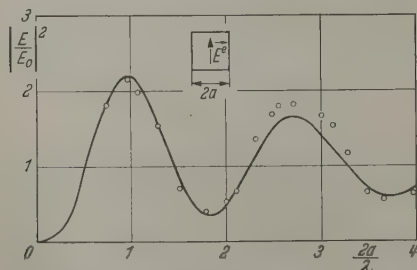


Abb. 9. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke im Mittelpunkt einer quadratischen Öffnung in Abhängigkeit von der Seitenlänge, gerechnet (—) und gemessen (○)

der beiden Integralen zunächst in einem hinreichend großen Bereich von φ für die Werte a/λ und $b/\lambda = 0,1; 0,2; 0,3 \dots 2,0$ berechnet. Dann können die Kurven für jedes gewünschte Wertepaar a, b von Null bis zu der aus (7) ersichtlichen oberen Grenze $\varphi_{1,2}$ planimetriert werden. Abb. 7 und 8 zeigen die Ergebnisse für die rechteckige, Abb. 9 für die quadratische Öffnung.

Bei der Berechnung des Feldes auf den Symmetrielinien des Rechtecks kann man im Prinzip genauso verfahren. Das geht unmittelbar aus dem Vergleich von (10) und (11) mit (7) hervor. Anstelle von zwei Integralen hat man jetzt, bedingt durch die Lage des Aufpunktes, vier mit $(a+x)$ und $(a-x)$ sowie $(b+y)$ und $(b-y)$ als unabhängige Veränderliche im Integranden und in der oberen Grenze der Integrale. Die numerischen Rechnungen wurden wieder für das Rechteck mit den Seitenlängen 6λ und 4λ ausgeführt. Die sich ergebende Feldverteilung ist in Abb. 10 und 11 dargestellt, Abb. 12 zeigt das Feld längs der Mittellinien der quadratischen Öffnung mit $2a = 4\lambda$.

Frühere experimentelle Untersuchungen über Beugungserscheinungen elektromagnetischer Wellen an kreisförmigen Öffnungen [5] wurden bei einer Wellenlänge von $\lambda = 10$ cm im Freien durchgeführt. In mancher Hinsicht angenehmer ist das Arbeiten mit kürzeren Wellenlängen. Dann werden die verwendeten Apparaturen (Hornantenne des Senders, Beugungsschirm) kleiner und handlicher, der Abstand zwischen Sender und beugender Öffnung geringer und das Arbeiten in geschlossenen Räumen möglich.

Mit abnehmender Wellenlänge besteht die Hauptschwierigkeit in der Verwirklichung der Forderung, daß die linearen Abmessungen des Empfängers klein zur Wellenlänge sind. Einmal muß man nämlich Verzerrungen des zu messenden Feldes durch den Meßdipol selbst vermeiden. Zum anderen zeigt der Empfänger stets nur einen integralen Mittelwert des Feldes über eine den Dipolabmessungen entsprechende Fläche an; die Ausmessung eines stark gegliederten Interferenzfeldes, wie es in der Nähe einer beugenden Öffnung zu erwarten ist, erfordert daher eine möglichst kleine Dipollänge. Frühere experimentelle Untersuchungen von Herrn Dr. H.-J. SCHMITT an verschiedenen Empfängertypen zeigen, daß bis zu einer Dipollänge von $\lambda/3$ sich keine Änderung der Meßergebnisse ergibt und daß der Empfänger bei dieser Länge eine ausreichende Anzeigeempfindlichkeit besitzt. Bei der hier benutzten Ausführungsform ist der Dipol 7,5 mm lang und an eine dünne Koaxialleitung (Außendurchmesser 2,5 mm) angelötet. Die Abstimmung erfolgt am anderen Ende der dort dickeren Koaxialleitung in der Nähe der Diodenhalterung.

Sämtliche Messungen wurden bei einer Wellenlänge von $\lambda = 3,2$ cm im großen reflexionsfreien Raum des Instituts [13] ausgeführt. Als Sender stand ein Reflexklystron 2K25 zur Verfügung, das eine HF-Leistung von etwa 30 mW abgibt und mit elektronisch stabilisierter Strahl- und Reflektorspannung betrieben wurde. Die Abstrahlung erfolgte über ein an den Hohlleiter angeschlossenes Rechteckhorn. Um am Ort der beugenden Öffnung die der Rechnung zugrunde liegende ebene Welle weitgehend zu approximieren, wurde der Abstand zwischen Hornöffnung und Beugungsschirm so groß gewählt, wie es Senderleistung und Empfängerempfindlichkeit zuließen, nämlich 6 m

190 λ). Der Schirm bestand aus 2 mm starkem Aluminiumblech und war $2 \times 2 \text{ m}^2$ groß. In der Mitte hatte er eine Öffnung von $40 \times 40 \text{ cm}^2$, in die die zu untersuchenden Blenden, ebenfalls aus Aluminiumblech, eingefügt werden konnten. Die Verwendung verschiedener Blechstärken (0,5 und 1 mm) ergab keine meßbaren Unterschiede im Beugungsfeld. Der Empfangsdipol konnte durch eine geeignete Alterung und Führung hinter und in der Öffnung in x-, y- und z-Richtung verschoben werden. Das Klystron wurde durch eine rechteckförmige Rückspannung amplitudenmoduliert, die an der Diode entstehende niederfrequente Spannung über Resonanzverstärker und Röhrenvoltmeter angezeigt.

Die Ausmessung des Feldes erfolgte punktwise. Die Amplitude E_0 der einfallenden Welle in der Öffnung wurde unter Ausnutzung des exakt bekannten Feldes hinter der kreisförmigen Öffnung vom Durchmesser $d = 3,18 \lambda$ bestimmt. Das erste Maximum des Feldes auf der Mittelnormale hat den Wert $|E/E_0|^2 = 2,75$ [10]; durch Ausmessung seiner Höhe findet man E_0 . Wegen verbleibender kleiner Unsicherheiten in der Justierung von Sender und Empfangsdipol und stets vorhandener geringer Störreflexionen wurden alle Messungen mehrmals für verschiedene Aufbauten der Anlage und für Orientierung zum Raum wiederholt. Die in die Abbildungen eingezeichneten experimentellen Werte $|E/E_0|^2$ sind Mittelwerte aus diesen Messungen, deren relativer Fehler bis zu $\pm 10\%$ betragen kann, was einen relativen Fehler von $\pm 5\%$ in der Amplitude bedeutet.

Der Vergleich der Meßergebnisse mit der Näherungsrechnung zeigt eine recht befriedigende Übereinstimmung beider, abgesehen von dem Feldverlauf längs der Symmetrielinie des Rechtecks, die senkrecht zum E-Vektor der einfallenden Welle liegt. Dort sind die gemessenen Interferenzmaxima wesentlich höher als die berechneten (Abb. 10 und 12). Damit erweist sich unsere Näherungslösung auch im Falle der rechteckigen Öffnung als brauchbar, wenn auch die Übereinstimmung bei der kreisförmigen Öffnung insgesamt besser ist.

Der Einfluß der Polarisation kommt besonders deutlich in Abb. 7 und 8 zum Ausdruck. Wenn der E-Vektor der einfallenden Welle parallel zu den Rechteckseiten ist, deren Abstand variiert wird, schwankt die Amplitude des Feldes im Mittelpunkt der Öffnung beträchtlich, und zwar um E_0 als Mittelwert. Für die andere Polarisation sind diese Feldschwankungen sehr ausgeprägt, und der sich einstellende Mittel-

wert hängt vom jeweils festen Abstand der zu E_0 parallelen Rechteckseiten ab. Dieser Befund läßt sich anschaulich erklären durch die Annahme, daß das Feld in der Öffnung durch Überlagerung der einfallenden ebenen Welle und einer „Randwelle“ zustande-

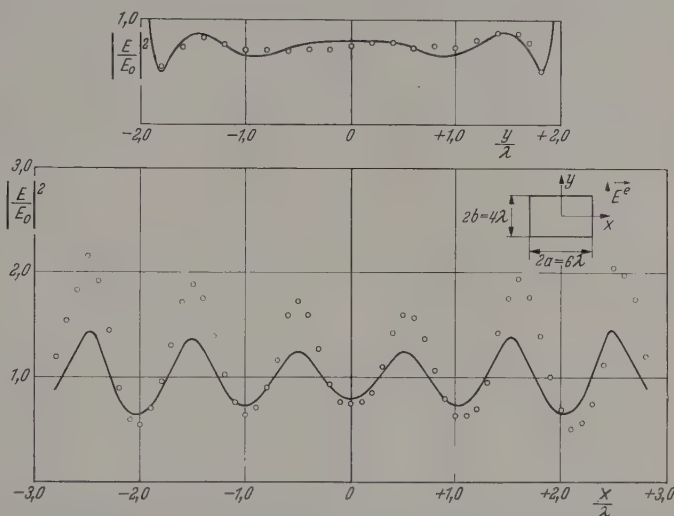


Abb. 10. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke längs der beiden Symmetrielinien der rechteckigen Öffnung mit den Seitenlängen 6λ und 4λ , gerechnet (—) und gemessen (O). E-Vektor der einfallenden Welle parallel zur kleineren Seite

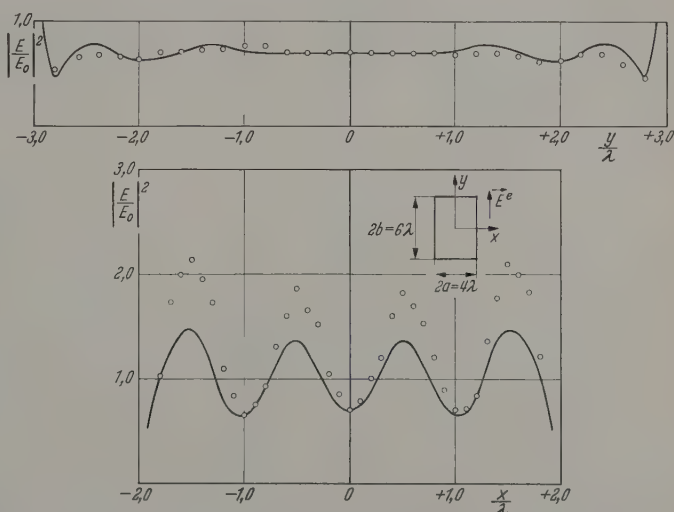


Abb. 11. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke längs der beiden Symmetrielinien der rechteckigen Öffnung mit den Seitenlängen 6λ und 4λ , gerechnet (—) und gemessen (O). E-Vektor der einfallenden Welle parallel zur größeren Seite

kommt und die Phase der Randwelle sich mit dem Abstand der Rechteckseiten vom Aufpunkt ändert. Nach Ausweis von Abb. 7, 8, 10 und 11 leisten die zum E-Vektor der einfallenden Welle senkrechten Seiten keinen wesentlichen Beitrag zur Randwelle und damit zum Feld. Dies kommt vor allem in der großen Ähnlichkeit der Kurven von Abb. 7 zum Ausdruck, die sich untereinander und von der entsprechenden Kurve für den unendlich langen Spalt¹ kaum unterscheiden.

¹ Das zweidimensionale Beugungsproblem wurde in gleicher Näherung gelöst wie das der rechteckigen Öffnung.

Bei dem zu Abb. 8 gehörigen Feldverlauf in der spaltförmigen Öffnung ($2a \rightarrow \infty$) sind Feldschwankungen kaum noch wahrnehmbar und E/E_0 ist praktisch gleich 1. Abb. 13 zeigt den Einfluß jedes der beiden

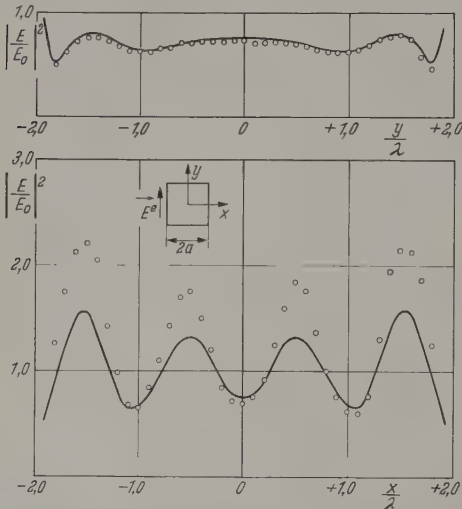


Abb. 12. Mittleres relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke längs der beiden Symmetrielinien der quadratischen Öffnung mit der Seitenlänge $2a = 4\lambda$, gerechnet (—) und gemessen (○)

Kantenpaare der rechteckigen Öffnung auf die Amplitude der Randwelle für beide Polarisationsrichtungen. Der Rechnung lag Gl. (9) zugrunde, wobei die einfallende Welle weggelassen wurde.

Zur Klärung der in Abb. 9 bis 11 auftretenden Abweichungen der Rechnung vom gemessenen Feldver-

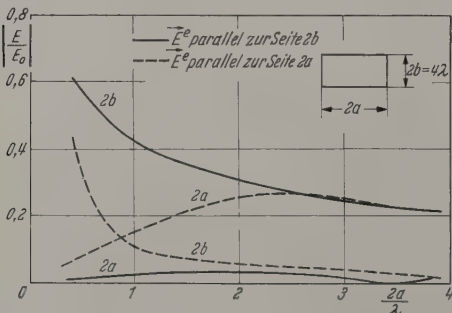


Abb. 13. Beiträge der beiden Kantenpaare der rechteckigen Öffnung zum Feld im Mittelpunkt der Öffnung für beide Polarisationsrichtungen

lauf wäre eine Näherung höherer Ordnung wünschenswert, wie sie z.B. von BRAUNBEK [14] vorgeschlagen und auf akustische Beugungsprobleme mit Erfolg angewandt [15] worden ist. Dabei werden zur Verbesserung der Kirchhoffschen Näherung in einem an die Öffnungsbegrenzung anschließenden schmalen Saum Ersatzrandwerte benutzt, die der Sommerfeldschen strengen Lösung der Beugung an der vollkommen leitenden Halbebene entnommen werden. Dieses Verfahren wurde später auf elektromagnetische Wellen ausgedehnt und auf das Beugungsproblem der ideal leitenden Kreisscheibe und der kreisförmigen Öffnung angewandt [16]. Wir haben die entsprechende Rechnung für die rechteckige Öffnung nicht durchgeführt,

sondern uns mit dem numerisch einfacheren, das Wesentliche zeigenden Fall der Halbebene begnügt. Nach den obigen Ausführungen tragen praktisch nur die Kanten der rechteckigen Öffnung zum Beugungsfeld bei, die parallel zum E -Vektor der einfallenden Welle liegen. Daher sind die zwischen Näherungsrechnung und Messungen beobachteten Diskrepanzen in ähnlicher Weise auch bei nur einer Kante zu erwarten, wenn man also beim Halbebenenproblem die Näherungsrechnung mit der exakten Lösung vergleicht. Das ist in Abb. 14¹ geschehen [17], und die Abweichungen liegen tatsächlich in derselben Richtung wie in den

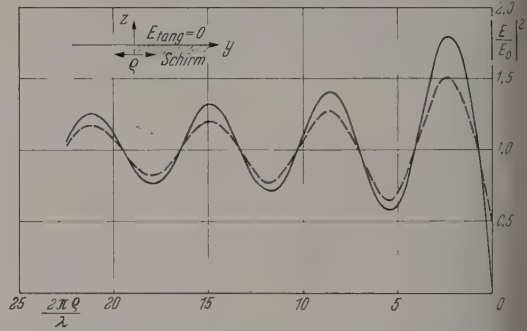


Abb. 14. Beugung an der vollkommen leitenden Halbebene. Feldverlauf im offenen Teil der Schirmebene, exakt (—) und näherungsweise (---) gerechnet. E -Vektor der einfallenden Welle parallel zur Schirmkante

Abb. 9 bis 11. Daß sie dem Betrage nach bei der rechteckigen Öffnung größer sind, mag an dem Vorhandensein von zwei Kanten liegen, deren Beiträge sich in den Interferenzmaxima addieren.

Zusammenfassung

Die Beugung einer ebenen elektromagnetischen Welle an rechteckigen Öffnungen verschiedener Größe im vollkommen leitenden Schirm wurde untersucht. Messungen des Feldes im Mittelpunkt, längs der Mittellinien und den Symmetrielinien der rechteckigen Öffnung wurden zur Prüfung eines bekannten Näherungsverfahrens herangezogen. Dieses hatte sich bereits bei kreisförmigen Öffnungen bewährt und erweist sich nunmehr auch für rechteckige Öffnungen als brauchbar, wenn die linearen Abmessungen größer als 2 bis 3 Wellenlängen sind. Es zeigt sich, daß die zum E -Vektor der einfallenden Welle senkrechten Kanten des Rechtecks praktisch keinen Einfluß auf die Struktur des Beugungsfeldes haben. Dieses Ergebnis mag von einem praktischen Interesse für rechteckige Umlenkspiegel sein. Es wäre interessant zu untersuchen, wie sich das Interferenzfeld ändert, wenn man einen Saum an den Kanten, die parallel zum E -Vektor der einfallenden Welle liegen, mit einem geeigneten Dämpfungsmaterial belegt.

Die Arbeit wurde in den Jahren 1954/55 im III. Physikalischen Institut der Universität Göttingen unter Contract No. AF 61 (514)—799 des Air Research and Development Command, European Office, Brüssel ausgeführt. Herrn Prof. Dr. phil. Dr. Ing. e.h. E. MEYER danken wir für sein stets förderndes Interesse.

¹ Die numerische Auswertung hierfür besorgte Herr Dipl.-Physiker F. HÖRING.

Literatur: [1] FRANZ, W.: Theorie der Beugung elektromagnetischer Wellen. In: Erg. der angew. Math., Bd. 4, Berlin: Springer 1957. — [2] M.I.T.-Radiation Laboratory Series, 12 u. 13. New York: McGraw-Hill, 1949 u. 1951. — [3] SEVERIN, H.: Z. Physik **129**, 426 (1951). — [4] SEVERIN, H.: Nuovo Cim. Suppl. **9**, 381 (1952). — [5] SEVERIN, H.: Naturforsch. **1**, 487 (1946). — [6] ANDREWS, C. L.: J. Appl. Phys. **21**, 761 (1950). — [7] SEVERIN, H.: Z. angew. Phys. **4**, 499 (1950). — [8] BEKEFI, G.: J. Appl. Phys. **24**, 1123 (1953). — [9] BUCHSBAUM, S. J., A. R. MILLNE, G. C. HOGG, BEKEFI and G. A. WOONTON: J. Appl. Phys. **26**, 706 (1955). — [10] ANDREJEWSKI, W.: Z. angew. Phys. **5**, 178 (1953). — [11] SEVERIN, H.: Beugung elektromagnetischer Wellen an vollkommen leitenden symmetrischen Schirmen.

Göttingen 1954. Bisher nicht veröffentlicht. — [12] STENZEL, H.: Acustica **2**, 263 (1952). — [13] MEYER, E., G. KURTZE, H. SEVERIN u. K. TAMM: Acustica **3**, 409 (1953). — [14] BRAUNBEK, W.: Z. Physik **127**, 381 (1950). — [15] BRAUNBEK, W.: Z. Physik **127**, 405 (1950); **138**, 80 (1954). — [16] FRAHN, W. E.: Z. Physik **156**, 78, 99 (1959). — [17] SEVERIN, H.: Beugung elektromagnetischer Wellen an der vollkommen leitenden und an der absorbierenden Halbebene. Göttingen 1958. Bisher nicht veröffentlicht.

Prof. Dr. H. SEVERIN,
Philips Zentrallaboratorium, Hamburg
Dipl.-Phys. Dr. K. KÖRPER,
Max-Planck-Institut für Physik, München

Zur Herstellung von Siliziumeinkristallen nach dem Czochralsky-Verfahren

Von GOTTFRIED GREGER

Mit 11 Textabbildungen

(Eingegangen am 10. August 1960)

Einleitung

In der Halbleitertechnik werden an das einkristalline Ausgangsmaterial für Transistoren und hochwertige Gleichrichter besonders strenge Forderungen gestellt. Abgesehen von einem möglichst fehlerfreien Aufbau des Kristallgitters soll der spezifische Widerstand längs und über den Querschnitt des Kristalls weitgehend der gleiche sein. Hinzu kommt die Forderung, daß das Material frei sein soll von unliebsamen Störstoffen, die die Lebensdauer der Minoritätsladungsträger ungünstig beeinflussen oder bei Wärmebehandlungen, wie sie später im Verarbeitungsprozeß unerwünscht sind, nachträgliche Widerstandsänderungen hervorrufen.

Im folgenden wollen wir uns mit den bei der Herstellung von Kristallen hoher Qualität auftretenden Problemen und den Möglichkeiten, sie zu lösen, näher beschäftigen. Wir beschränken uns dabei auf das von CZOCHRALSKY angegebene Ziehverfahren von Einkristallen: Das in einem geeigneten Tiegel erschmolzene Material wird so weit abgekühlt, daß ein Keim in der Schmelze eingetaucht werden kann. Während des anschließenden langsamen Herausziehens, zumeist gerichtet, wächst das Material beim Erstarren einkristallin am Keim an und die Schmelze wird in einen stabförmigen Einkristall übergeführt.

Experimentelles

Experimentelle Anordnungen zum Ziehen von Einkristallen zeigen die ersten beiden Abbildungen. Die Unterschiede sind lediglich durch die Heizvorrichtungen bedingt. Abb. 1 gibt eine Ziehvorrichtung für Hochfrequenzheizung wieder, wie sie allgemein verwendet wird. Es bestehen dabei zwei Möglichkeiten: Die HF-Energie kann direkt die Schmelze aufheizen und damit auch gleichzeitig einen gewissen Rühr-Effekt bewirken. Dieses Verfahren soll im folgenden (A1) bezeichnet werden. Umständlich ist hierbei jedoch der Zündvorgang. Da das Material in kaltem Zustand zu hochohmig ist, muß es auf andere Weise, bis in den Eigenleitungsbereich erhitzt werden, bevor die HF-Heizung wirksam wird. Diese Schwierigkeit umgeht man durch Umkleidung des Schmelztiegels mit einem Graphitmantel hoher Reinheit,

dessen Leitfähigkeit zum „Zünden“ ausreicht (Verfahren A2 der Abb. 1). Das dritte Verfahren (A3) beruht auf Widerstandsheizung: ein stromdurchflossener Graphitkörper geeigneter Formgebung [1] wird auf die nötige Temperatur gebracht (Abb. 2).

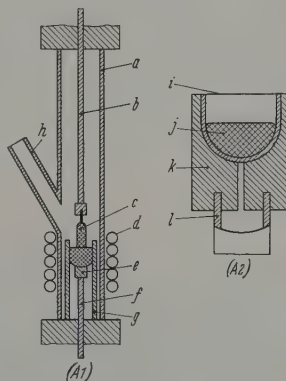
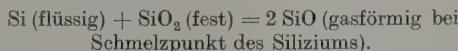


Abb. 1. Schematische Darstellung einer Kristallziehvorrichtung mit Hochfrequenzheizung. (A1) ohne, (A2) mit Graphitmantel. a Quarzrohr, b Welle mit Keimhalter, c Kristall, d Heizspule, wassergekühlt, e Graphit-support, entfernbar, f Keramikstütze, g Quarzrohr zur Tiegelhalterung, h Einblickstutzen, i Quarztiegel, j Schmelze, k Graphitmantel, l Keramikhalterung

Alle drei Verfahren können unter Schutzgas (Wasserstoff oder Argon), aber auch im Hochvakuum durchgeführt werden. Die Einkristalle werden vorzugsweise in (111)-Richtung gezogen. Von entscheidender Bedeutung ist die Wahl des Tiegelmaterials, das sich der Schmelze gegenüber inert verhalten soll. Bislang hat sich nur hochreiner Quarz als brauchbar erwiesen. Selbst dieses Material wird jedoch merklich durch die sehr reaktionsfreudige Schmelze aufgelöst nach der Reaktionsgleichung:



Die Prüfmethode

Um bei unseren Untersuchungen den Einfluß der Ziehbedingungen auf die Qualität der Kristalle studieren zu können, wurden die nachfolgend erwähnten

Prüfmethode für das einkristalline Silizium angewendet. Die Homogenität des Widerstandes der gezogenen Einkristalle kann durch die bekannte 2- oder 4-Sondenmethode überprüft werden. Gleichzeitig besteht die Möglichkeit, eventuelles nichtohmsches Verhalten des Materials zu messen, da dieses

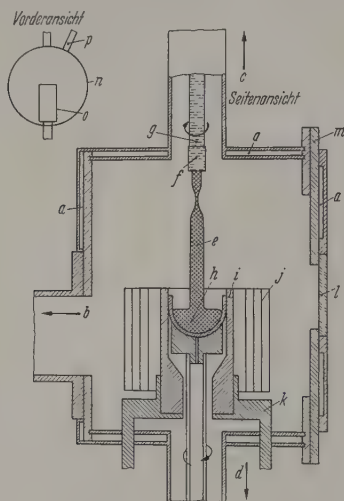


Abb. 2. Schematische Darstellung einer Kristallziehvorrichtung mit Widerstandsheizung (A3) für Arbeiten im Hochvakuum. a Wasserkühlung, b zur Diffusionspumpe, c zur Dreh- und Ziehvorrichtung, d zur Drehvorrichtung für den Tiegel, e Kristall, f Keimhalter, g Welle, h Tiegel mit Schmelze, i Graphitheizkörper (in Wendelform), j Strahlungsschirmbleche, k wassergekühlte Stromzuführungen, l Quarzfenster, m Abschlussschutz, n äußerer Mantel, o Tiegel- und Heizanordnung, p Einblicksfenster mit Quarzfenster

über das Vorhandensein von Stellen anderen Leitfähigkeitstyps Aufschluß gibt. Von Interesse sind weiterhin Potentialmessungen, bei denen eine Sonde

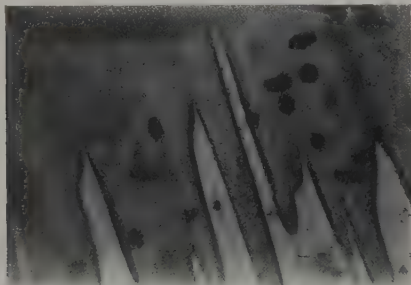


Abb. 3. Mit Dash-Lösung angeätzter Längsschliff eines in H_2 gezogenen Si-Kristalls. Die dunklen Streifen (Randzone) deuten p-leitendes, sauerstoffreiches Material an (mit einzelnen „etch-pits“). Das helle Gebiet (Innenbereich) ist n-leitend. 200fach vergrößert

festgehalten und die zweite längs des Kristalls bewegt wird. Bei homogener Widerstandsverteilung ist ein stetiger Anstieg der Spannung zu erwarten.

Der Leitfähigkeitstyp kann beispielsweise durch Thermokraftmessungen an der leicht angeschmirgelten Oberfläche des Kristalls ermittelt werden.

Sind Dotierungsschwankungen auf den Gehalt an Sauerstoff zurückzuführen, so kann deren Nachweis durch Ätzen erfolgen [2].

Zur Prüfung der Versetzungsdichte wurde die von DASH angegebene Ätzmethode mit einem $CH_3COOH-HNO_3-HF$ -Gemisch verwendet [3]. Nähere Aus-

führungen über die Anwendbarkeit dieser Methode können der Literatur [4] entnommen werden¹.

Die Orientierung des Kristalls oder die verschiedenen Bereiche bei Orientierungsänderung wurden durch Ätzen mit NaOH oder KOH unter Zuhilfenahme eines Theodolitgoniometers festgelegt.

Methoden zur Erreichung homogener Widerstandsverteilung

Der Ziehprozeß muß im Hinblick auf die erforderliche Reinheit und die hohe Schmelztemperatur des Siliziums ($1420^\circ C$) im Hochvakuum oder in einer inerten Gasatmosphäre definierter Zusammensetzung erfolgen. Das ist notwendig, um die Schmelze von Verunreinigungen, wie etwa Sauerstoff, frei zu halten. KAISER und BRESLIN [13] stellten durch Versuche mit in hochreinen Siliziumstäben aufgeschmolzenen Zonen fest, daß zwischen dem Sauerstoffpartialdruck in der Schutzgas p_{O_2} und der Sauerstoffkonzentration in der Schmelze C_0 die folgende Beziehung besteht:

$$C_0 \text{ Schmelze} = K \cdot p_{O_2}.$$

Diese Proportionalität gilt bis zu einem Partialdruck von etwa 8 Torr. Bei höheren Drucken wird die Sättigungskonzentration erreicht und die Schmelze überzieht sich mit einer Oxydschicht. Der Verteilungskoeffizient $k = C_{\text{fest}}/C_{\text{flüssig}}$ ist etwa 1. Nadelnagend als Schutzgas sind nachgereinigter Wasserstoff und Argon. Stickstoff scheidet wegen Nitritbildung (Si_3N_4) bei der hohen Temperatur aus. Es soll zunächst über Ergebnisse mit H_2 berichtet werden.

Die in H_2 gezogenen Kristalle wiesen in den meisten Fällen kein ohmsches Verhalten auf. Wurde eine Sonde festgehalten und die zweite längs des Kristalls verschoben, so mußte ein stetiger Spannungsanstieg festzustellen sein, was jedoch nicht der Fall war.

Die Vermutung, daß in diesem Fall eine p-n-Querschnittstruktur die Ursache sein konnte, wurde durch Ätzversuche an einem Längsschliff bestätigt. Das hochohmige p-Material wurde von n-leitenden Streifen durchzogen, wie sich ebenfalls direkt durch Typbestimmung zeigen ließ. Wir machten dabei die überraschende Feststellung, daß solche Kristalle zumeist nur eine p-leitende Randschicht schwankender Dicke besaßen, während der innere Bereich n-leitend war (Abb. 5). Wie bereits von FULLER und LOGAN [5] beschrieben wurde, ist durch Temperversuche nachweisbar, daß Sauerstoff die n-Dotierung bewirkt. Da Bereiche mit unterschiedlichem Sauerstoffgehalt verschieden stark angeätzt werden, ist es möglich, die schwankende Konzentration dieser Verunreinigung sichtbar zu machen. Die Ätzversuche bieten also eine Möglichkeit, die Abhängigkeit der Sauerstoffkonzentration von der Zieh- und Rotationsgeschwindigkeit sowie vom Kristalldurchmesser zu verfolgen. So deuten z.B. Unregelmäßigkeiten der Streifung auf stärkere Temperaturschwankungen in der Schmelze hin, wenn die Kristalle nach dem Verfahren (A1) gezogen wurden (Abb. 3).

¹ Die Ätzlösung bestand aus 3 Vol. Teilen HNO_3 (65%), 1 Volumteil HF (50%) und 10 Volumteilen CH_3COOH (96%). Die Ätzdauer betrug 4 bis 8 Std. Die Schliffe wurden zuvor mit Karborundpulver, Körnung 2000, geschmirgelt und mit CP8 ($HNO_3:HF:CH_3COOH = 5:3:3$ Volumteile) blankgeätzt. Zur Beleuchtung diente eine Tischlampe.

Eine Verminderung dieser Inhomogenitäten brachte das Verfahren (A2). Durch die Graphitumkleidung war es möglich, die Temperaturverhältnisse so zu beeinflussen, daß die streifige Struktur verschwand. Nur bei schlechter Zentrierung traten wieder Dotierungsschwankungen auf, wie an einem Längsschliff in Abb. 4 gut zu erkennen ist. Der entsprechende Querschliff wird in Abb. 5 gezeigt.

Diese Ergebnisse weisen darauf hin, daß trotz des sauerstofffreien Schutzgases (H_2) [16] der aus dem Tiegelmaterial von der Schmelze aufgenommene Sauerstoff in solchen Mengen eingebaut wurde, daß er elektrisch bemerkbar machte und die Inhomogenitäten verursachte. Es ist bekannt, daß O_2 bis zu Konzentrationen von $10^{18}/cm^3$ aufgenommen werden kann, wie durch Absorptionsmessungen im Ultraroten bei $9,1 \mu$ von KAISER, KECK und LANGE [6] bewiesen wurde.

H_2 als Schutzgas erwies sich also als ungeeignet, da einerseits die Homogenität der Kristalle fraglich erschien und andererseits nachfolgende Wärmebehandlungen auch den Widerstand unkontrollierbar verändern konnten [5]. Als Ursache wurde der Sauerstoffgehalt nachgewiesen. Um die Konzentration dieses Störstoffs weitgehend herabzusetzen, mußte auf Schutzgas überhaupt verzichtet werden, da auch bei Argon die gleichen Schwierigkeiten auftraten. Wesentlich günstigere Ziehbedingungen waren unter Hochvakuum zu erwarten. Nach SCHÄFER und BÖRNLE [14] beträgt der Dampfdruck von SiO bei $1200^\circ C$, dem Schmelzpunkt von Silizium, bereits etwa 1 Torr, so daß sich eine Verdampfung von SiO aus der Schmelze beim Ziehen der Kristalle unter Schutzgas bei Atmosphärendruck bereits bemerkbar macht [5]. So ist die Bildung der p -Haut auf den Siliziumkristallen mit hoher Sauerstoffkonzentration, die zur Umpumpe im Inneren der Kristalle führt, darauf zurückzuführen. Wie KAISER und BRESLIN zeigten, steht die Gleichgewichtseinstellung des Sauerstoffs zwischen Gasphase und Schmelze über die Verbindungsbildung SiO , so daß bei Erhöhung der Verdampfungsgeschwindigkeit von SiO durch Druckerniedrigung eine wirksamere Reduzierung der Sauerstoffkonzentration zu erreichen ist.

Die Herstellung der Kristalle geschieht am zweckmäßigsten im Hochvakuum von 10^{-4} bis 10^{-5} Torr. Es können hierfür zwar die Anlagen A1 und A2 verwendet werden. Da bei den niedrigen Drucken aber auch Silizium merklich verdampft und in der Nähe empfindliche Apparateteile mit Schichten bedeckt, die bei größeren Dicken abzuplatzen beginnen und die Schmelze stören, wurde die entsprechend dimensionierte Apparatur A3 (Abb. 2) benutzt. Der Übergang zur Widerstandsheizung brachte den Vorteil mit sich, daß durch Strahlenschutzbleche die Wärmeverteilung der Si-Schmelze in gewünschtem Maße einflußt werden konnte. Durch geeignete Führung des Ziehprozesses (Umdrehungszahl, Ziehgeschwindigkeit, Durchmesser des Kristalls) war es in dieser Anlage möglich, die Sauerstoffkonzentration so weit zu senken, daß Widerstandsänderungen nicht mehr festzustellen waren. Die Folge war eine homogene Widerstandsverteilung über den gesamten Querschnitt.

Mit der Vakuumanlage konnte auch die Frage der Reinheit von anderen Störstoffen geklärt werden. Abgesehen vom durch das Vakuumziehen stark redu-

zierten Sauerstoffgehalt gelangen auch andere Störstoffe durch Auflösung des Tiegels in die Schmelze. Es ist vor allem Bor, das p -dotierend wirkt und wegen

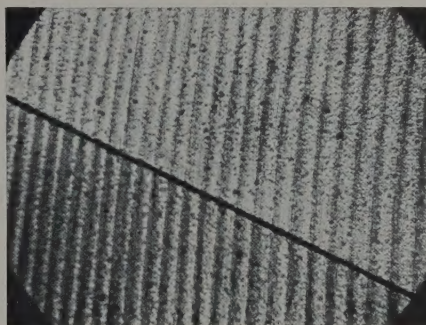


Abb. 4. Querstreifung als Folge von Dotierungsschwankungen auf einem geätzten Längsschliff eines in H_2 mit Graphitmantel gezogenen Siliziumkristalls. 70fach vergrößert

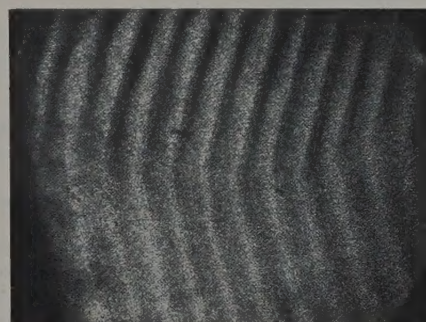


Abb. 5. Widerstandsschwankungen, sichtbar gemacht auf einem angeätzten Querschliff, zum Kristall in Abb. 4 gehörend. 70fach vergrößert

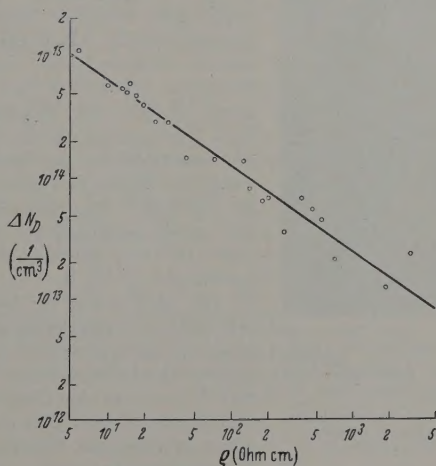


Abb. 6. Donatorenzunahme ΔN_D durch Temperatur als Funktion des Ausgangswiderstandes ρ von in H_2 gezogenen Si-Kristallen. Temperatur 2 Std bei $450^\circ C$ in H_2 -Atmosphäre

seines Segregationskoeffizienten von etwa 0,9 sich beim langsamen Erstarren des Kristalls nur geringfügig entmischt und in der Restschmelze anreichert. Die maximale Reinheit der Einkristalle ist also bei sehr hochhohmigem Ausgangsmaterial durch die Tiegelverunreinigungen bedingt. Mit den heute erhältlichen Quarztiegeln waren spezifische Widerstände bis etwa

1000 Ωcm erreichbar. Andere dotierend wirkende Störstoffe (Al, P) sind weniger von Einfluß. Einerseits entmischen sie wesentlich besser wegen eines um Zehnerpotenzen kleineren Verteilungskoeffizienten und andererseits ist die Verdampfungsgeschwindigkeit im Hochvakuum sehr groß, wie von BRADSHAW und MLAWSKY [7] nachgewiesen wurde.

Die in H_2 und im Vakuum gezogenen Tiegelkristalle unterschieden sich in noch einer wichtigen Eigenschaft. Nach Untersuchungen von HAYNES und HORNBECK kann der Siliziumkristall Haftstellen für Elektronen bzw. Defektelektronen besitzen, die Ladungsträger über Zeiten von Minuten binden. Nach einer Belichtung erfolgt dann der Abfall der Photoleitfähigkeit weitaus langsamer als der normalen Rekombinationsgeschwindigkeit der Trägerpaare entspricht. Während z. B. ein Teil der Elektronen von den Haftstellen gebunden bleibt, trägt der an der Rekombination gehinderte Teil der Defektelektronen zur Leitung bei, bis die Partner von den „Traps“ frei gegeben werden. In H_2 gezogene Tiegelkristalle zeigten nun häufig Abklingdauern für die Photoleitung bis zu 10 min. Diese „langlebigen“ Haftstellen verschwanden, wenn im Vakuum gezogen wurde. Andererseits war es auch möglich, durch Tempern bei 450°C in H_2 diese Zentren zu zerstören. Das spricht also dafür, daß der Sauerstoff bei der Ausbildung der Haftstellen beteiligt ist. Flachere Traps, also solche mit einer Zeitkonstante von etwa 10^{-2} sec, wurden nicht untersucht.

Die auch stets zu beobachtende Widerstandserhöhung von in H_2 gezogenen Kristallen durch Temperung bei 450°C kann auf eine Donatorbildung durch den im Kristallgitter eingebauten Sauerstoff [6] zurückgeführt werden. Der

Vorgang hierbei und die Natur der Störzentren ist bis jetzt noch nicht völlig geklärt. Die Konzentrationszunahme der Donatoren erwies sich nun als sehr stark von der Borkonzentrationsabhängig. In Abb. 6 wurde die Donatorzunahme durch eine 2stündige Temperung bei 450°C als Funktion des spezifischen Widerstandes vor der Temperung aufgetragen. Man ersieht daraus, daß Bor bei der Donatorbildung durch den Sauerstoff beteiligt ist. FULLER und DOLEIDEN [10] sowie ROBERTS und WILSON [11] nehmen zur Er-

klärung ihrer Versuchsergebnisse ebenfalls eine Wechselwirkung zwischen Sauerstoff und Bor sowie zwischen Sauerstoff und Verunreinigungen von Schwermetallen an, die als Rekombinationszentren wirken. Ebenso wurde über eine Verbindungsbildung zwischen Lithium und Bor von REISS u. Mitarb. berichtet [9].

Die Versetzungsdichte

Der zweite wichtige Gesichtspunkt bei der Si-Einkristallzucht ist die Störungsfreiheit des Gitteraufbaus. Es sind Kristalle erwünscht, die möglichst



Abb. 7. Unter Beleuchtung bei Zimmertemperatur angeätzter Si-Kristall. Der helle Streifen kennzeichnet eine Zwillingsbildung. Gegen das Kristallende zu ist der Übergang zu polykristallinem Wachstum zu erkennen. 5fach vergrößert

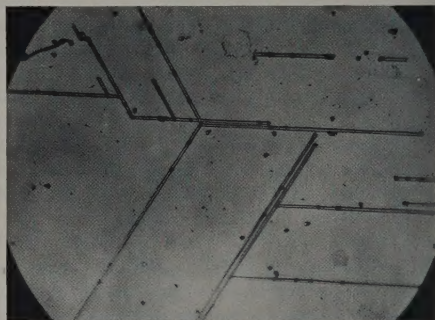


Abb. 8. Nachweis von Gleitlinien und Versetzungen auf einem Querschliff eines in (111)-Richtung gezogenen Si-Kristalls. 70fach vergrößert



Abb. 9. Ausbildung von Versetzungen als Folge einer stärkeren Erschütterung der Schmelze. 100fach vergrößert

niedrige Dichten von Stufenversetzungen aufweisen, ganz abgesehen von polykristallinen Störungen. Von DASH wurde berichtet, daß es gelungen ist, versetzungsfreie Kristalle herzustellen, allerdings mit sehr geringem Durchmesser [12].

Die beschriebenen Ziehverfahren eignen sich in recht verschiedener Weise zum Ziehen möglichst störungsfreier Kristalle. Das Hauptproblem besteht darin, die Wachstumsfläche eben zu halten, um die Bildung von Versetzungen durch thermische Spannungen während des Abkühlprozesses zu verhindern. Es gelten hier dieselben Überlegungen wie sie bei der Zucht von Germaniumeinkristallen bereits diskutiert wurden [8]. Die Anlage A3, die hochfrequente Störungen ausschloß und die geeignetste Wärmeverteilung zu ermitteln gestattete, erwies sich als sehr brauchbar und es war möglich, Versetzungsdichten bis zu etwa 100 pro cm^2 herab bei Durchmessern von 10 bis 12 mm zu erhalten.

Zur Prüfung der Versetzungsdichte erwies sich das etwas modifizierte Ätzverfahren von DASH als ganz

sonders günstig. Durch Hinzunahme einer geeigneten Beleuchtung konnten nicht nur die Ätzgruben, also die Durchstoßpunkte der Stufenversetzungen durch

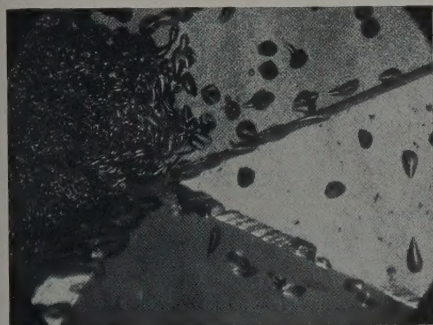


Abb. 10. Sichtbarmachung dreier verschieden orientierter Bereiche in einem Siliziumkristall durch Beleuchtung während des Ätzens mit der Dash-Lösung. 70fach vergrößert

die Oberfläche, reproduzierbar sichtbar gemacht werden, sondern auch Gleitlinien, Zwillingsbildungen usw. [4]. Einen Eindruck dieser Methode möge die Abb. 7 vermitteln. Sie zeigt deutlich alle diese Störungen. Gleitlinien werden in der Abb. 8 veranschaulicht. Man beachte, daß sie jeweils von zwei durch Ätzgruben angezeigte Versetzungslinien begrenzt werden.

Neben der ebenen Wachstumsfläche (in Abb. 7 als Querstreifung zu erkennen) ist eine unerläßliche Voraussetzung für das ungestörte Wachstum eine weitgehende Erschütterungsfreiheit, die bei der Anlage (Abb. 3) leicht realisiert werden konnte. Abb. 9 zeigt die stark erhöhte Versetzungsdichte nach einer stärkeren Erschütterung.

Abschließend sei noch ein Vergleich zwischen den zwei üblichen Nachweismethoden für plötzliche Orientierungsänderungen wie z. B. Zwillingsbildungen angeführt. Abb. 10 gibt eine Stelle im Kristall wieder, bei der drei verschieden orientierte Bereiche zusammen gestoßen und polykristallin weitergewachsen sind. Wie unter dem Mikroskop nach der Dash-Ätzung verschieden hell erscheinenden Bereiche lassen sich gut unterscheiden. Gleichzeitig zeigen auch hier die Ätzgruben die Stufenversetzungen an. Unter diesen Ätzbedingungen sind die freigelegten Kristallebenen ihrer Flächenausdehnung zu klein, um die Orientierung der Bereiche mittels Goniometer messen zu können. Anders liegen die Verhältnisse bei der bevorzugt ätzenden NaOH-Lösung, die größere (111)-Flächen frei legt, wie aus Abb. 11 zu entnehmen ist. Die verschiedenen Bereiche können hier gut unter-

schieden und zur Orientierung herangezogen werden. Allerdings müssen wir dabei auf die gleichzeitige Sichtbarmachung von Versetzungen verzichten.

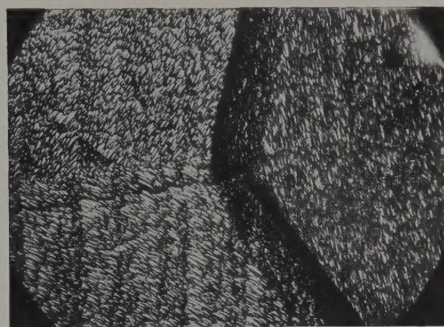


Abb. 11. Sichtbarmachung dreier verschieden orientierter Bereiche durch Ätzen mit NaOH. 70fach vergrößert

Zusammenfassung

Es werden Ergebnisse der Siliziumeinkristallzucht aus dem Tiegel diskutiert im Hinblick auf die Homogenität des spezifischen Widerstandes und die niedrige Versetzungsdichte. Es zeigte sich, daß Schutzgase zugunsten des Hochvakuums abgelehnt werden müssen. Nur unter dieser Bedingung sind Forderungen, wie höchste Reinheit und homogene Widerstandsverteilung längs des Kristalls und über den Querschnitt, erfüllbar. Die zur Prüfung erforderlichen Methoden werden diskutiert und über eine Verfeinerung des Ätznachweises von Versetzungen und anderen Störungen des Kristallgefüges berichtet.

Literatur: [1] MARSHALL, K. H. J. C., and R. WICKHAM: J. Sci. Instrum. **35**, 121 (1958). — [2] LOGAN, R. A., and A. J. PETERS: J. Appl. Phys. **28**, 1419 (1957). — [3] DASH, W. C.: J. Appl. Phys. **27**, 1193 (1956); **29**, 228, 736 (1958). — [4] GREGER, G.: Z. phys. Chem., N.F. **22**, 313 (1959). — [5] FULLER, C. S., and R. A. LOGAN: J. Appl. Phys. **28**, 1427 (1957). — KAISER, W., and C. D. THURMOND: J. Appl. Phys. **30**, 427 (1959). — [6] KAISER, W., KECK and LANGE: Phys. Rev. **101**, 1264 (1956). — [7] BRADSHAW, S. E., and L. J. MLAVSKY: J. Electronics **2**, 134 (1956). — [8] PENNING, P.: Philips Res. Rep. **13**, 79 (1958). — [9] REISS, H., C. S. FULLER and A. J. PIETRUSZKIEWICZ: J. Chem. Phys. **25**, 650 (1956). — [10] FULLER, C. S., and F. H. DOLEIDEN: J. Appl. Phys. **29**, 1264 (1958). — [11] ROBERTS, D. H., and B. L. H. WILSON: J. Appl. Phys. **30**, 448 (1959). — [12] DASH, W. C.: J. Appl. Phys. **29**, 736 (1958). — [13] KAISER, W., and J. BRESLIN: J. Appl. Phys. **29**, 1292 (1958). — [14] SCHÄFER, H., u. R. HÖRNLE: Z. anorg. allg. Chem. **263**, 261 (1950). — [15] KAISER, W.: Phys. Rev. **105**, 1751 (1957). — [16] Beschreibung des Reinigungsverfahrens bei: F. R. MEYER u. G. RANGE, Angew. Chem. **52**, 637 (1939).

Dr. GOTTFRIED GREGER,
Standard Elektrik Lorenz AG., Bauelementewerk SAF,
Nürnberg

Zur Einleitung des elektrischen Überschlages im Vakuum

VON WOLFGANG EDGAR MEYER

(Eingegangen am 8. August 1960)

Die Frage nach dem Einleitungsprozeß für elektrische Überschläge im Hochvakuum ($p < 10^{-3}$ Torr) wird bis heute von verschiedenen Autoren recht unter-

schiedlich beantwortet. In einer ausführlichen neueren Arbeit von A. S. DENHOLM [1] werden unter anderem einige der vorgeschlagenen Mechanismen verglichen

und an Hand fremder und eigener Meßergebnisse geprüft. Dabei erweist sich eine einfache, von L. CRANBERG [2] entwickelte Arbeitshypothese als recht tragfähig.

CRANBERG nimmt an, daß kleine leitende Partikel unter der Wirkung des elektrischen Feldes von einer Elektrode zur anderen gezogen werden und dort die Aufschlagstelle so stark erhitzen, daß sie zum Ausgangspunkt eines Funkens wird. Zur Deutung des Prozesses geht er von der Annahme aus, daß ein Überschlag dann entsteht, wenn die vom Teilchen pro Flächeneinheit übertragene Energie W einen kritischen Betrag W_{kr} überschreitet. Die Energie W ist gegeben als Produkt aus der durchlaufenen Spannung U und der Flächenladungsdichte Q des Teilchens. Q ist proportional der Feldstärke E an der Ausgangselektrode, so daß als Zündbedingung gilt

$$UE \geq C \quad \text{mit} \quad C \sim W_{kr}. \quad (1)$$

Für ein annähernd homogenes Feld zwischen Elektroden mit dem Abstand d ergibt sich daraus

$$U^2 \geq Cd. \quad (2)$$

Aus Messungen zahlreicher Autoren erhält CRANBERG eine gute Bestätigung dieses Zusammenhanges über einige Größenordnungen von U und d mit dem Zahlenwert

$$C \approx 6 \cdot 10^{10} \frac{\text{V}^2}{\text{cm}}. \quad (3)$$

Im folgenden soll die quantitative Durchführung der Hypothese in dem Sinn verbessert werden, daß die zunächst willkürliche Annahme einer kritischen Energie pro Flächeneinheit vermieden und die Größenordnung von C aus dem Modell selbst abgeschätzt wird.

Die Oberflächenladung eines leitenden Teilchens im elektrischen Feld ist gegeben durch

$$q = \varepsilon_0 \int \mathcal{E} d\vec{f}.$$

Für eine auf einer ebenen Elektrode aufsitzende Halbkugel vom Radius R kann q streng berechnet werden (leitende Kugel im homogenen Feld). Ist E die ungestörte, makroskopische Feldstärke, so erhält man

$$q = \varepsilon_0 3\pi R^2 E.$$

Für eine auf der Elektrode aufsitzende Vollkugel liefert eine grobe Abschätzung

$$q = \varepsilon_0 4\pi R^2 E. \quad (4)$$

Nicht zu große Abweichungen von der Kugelform sowie Oberflächenrauigkeiten ändern (4) nur geringfügig. Man erhält damit für die Energie des Teilchens nach Durchlaufen der Spannung U

$$w_1 = \varepsilon_0 4\pi R^2 U E. \quad (5)$$

Beim Auftreffen wird zunächst die Berührungsfläche zwischen Teilchen und Elektrode erhitzt um eine Temperaturdifferenz ΔT . Ist Δl die Dicke der

erhitzten Schicht, c die mittlere spezifische Wärme von Teilchen- und Elektrodenmaterial und ρ die mittlere Dichte, so wird zur Erhitzung die Energie

$$w_2 = 2\pi R^2 c \rho \Delta l \Delta T \quad (6)$$

benötigt. Dabei wurde die erhitzte Fläche zu $2\pi R^2$ angenommen, was vermutlich ein zu kleiner Wert ist. Nimmt man an, daß die gesamte Energie des Teilchens für die Erhitzung verbraucht wird, setzt man also $w_1 = w_2$, so folgt

$$UE = \frac{c \rho \Delta l \Delta T}{2 \varepsilon_0}. \quad (7)$$

Soll sich ein Funken von der Aufschlagstelle aus entwickeln, so muß die Temperaturdifferenz ΔT unmittelbar nach dem Aufschlag sicher so hoch sein, daß die verdampfenden Atome wenigstens teilweise ionisiert sind. Aus der Saha-Gleichung erhält man dafür Temperaturen um 10000°C . Die Dicke Δl der erhitzten Schicht muß wenigstens einige Atomlagen, also etwa 10^{-7} cm betragen. Mit den z. B. für Eisen geltenden Werten $c \approx 0,1 \text{ cal/g} \cdot \text{Grad}$ und $\rho \approx 8 \text{ g/cm}^3$ ergibt sich dann aus Vergleich von (1) und (7)

$$C \approx \frac{c \rho \Delta l_{\min} \Delta T_{\min}}{2 \varepsilon_0} \approx 2 \cdot 10^{10} \frac{\text{V}^2}{\text{cm}}. \quad (8)$$

Der Vergleich mit (3) zeigt die größenordnungsmäßige Übereinstimmung mit dem empirischen Wert.

Das Modell von CRANBERG liefert also außer dem richtigen Zusammenhang zwischen U und E (wobei E immer die höchste makroskopische Feldstärke zwischen den Elektroden ist) auch eine relativ gute numerische Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen.

Für vorbehandelte (geglühte und abgefunkte) Elektroden liegt der empirische Wert von C merklich höher. Dies wird von DENHOLM so gedeutet, daß sich bei sauberen Elektroden kleine Partikel aus mikroskopischen Vorsprüngen der Oberfläche unter der Wirkung von Vorstrom-Erhitzung und Zug des elektrischen Feldes neu bilden und schließlich ablösen. Dazu bedarf es höherer Feldstärken und einer gewissen „Inkubationszeit“. Die oft recht stark verzögerten Überschlüsse nach Anlegen der Spannung an vorbehandelte Elektroden werden auf diese Weise verständlich.

Zusammenfassung

Ein Modell von CRANBERG zur Deutung der Spannungs- und Feldstärke-Abhängigkeit von Überschlägen im Vakuum wird präzisiert. Eine grobe Abschätzung der charakteristischen Konstanten $C \leq UE$ liefert einen Wert in der empirisch gefundenen Größenordnung.

Literatur: [1] DENHOLM, A.S.: Canad. J. Phys. **36**, 471 (1958). — [2] CRANBERG, L.: J. Appl. Phys. **23**, 518 (1952).

Dipl.-Phys. WOLFGANG EDGAR MEYER,
VALVO-GmbH, Bildröhrenfabrik, Aachen-Rothe Erde